

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД ДОНЕЦЬКИЙ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

**НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ ВИЩА ШКОЛА ЕКОНОМІКИ
ТА МЕНЕДЖМЕНТУ**

ФАКУЛЬТЕТ ЕКОНОМІКИ

КАФЕДРА «ЕКОНОМІКА І МАРКЕТИНГ»

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

щодо виконання завдань практичних занять з нормативної навчальної дисципліни
циклу природничо-наукової та загальноекономічної підготовки

СТАТИСТИКА

для студентів денної (заочної; денно-заочної) форми навчання

Напрямок(и) підготовки: 6.030504 Економіка підприємства – ЕГП, ЕПЕК, ЕПМ,
6.030507 Маркетинг - МПР

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД ДОНЕЦЬКИЙ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

**НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ ВИЩА ШКОЛА ЕКОНОМІКИ
ТА МЕНЕДЖМЕНТУ**

ФАКУЛЬТЕТ ЕКОНОМІКИ

КАФЕДРА «ЕКОНОМІКА І МАРКЕТИНГ»

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

щодо виконання завдань практичних занять з нормативної навчальної дисципліни
циклу природничо-наукової та загальноекономічної підготовки

СТАТИСТИКА

для студентів денної (заочної; денно-заочної) форми навчання

Напрямок(и) підготовки: 6.030504 Економіка підприємства – ЕГП, ЕПЕК, ЕПМ,
6.030507 Маркетинг - МПР

Розглянуто
на засіданні кафедри
«Економіка і маркетинг»
Протокол № 9__
від «_12» «__03_____» 2010р.

Затверджено на засіданні
Навчально-видавничої
Ради ДонНТУ
Протокол № 2__
від «22_» «__04_____» 2010р.

Донецьк, 2010

УДК 31+519.22 (07)

Методичні рекомендації щодо виконання завдань практичних занять з нормативної навчальної дисципліни циклу природничо-наукової та загальноекономічної підготовки «Статистика» для студентів денної (заочної, денно-заочної) форми навчання галузі знань: 0305 «Економіка та підприємництво», напрями підготовки: 6.030504 «Економіка підприємства», 6.030507 «Маркетинг» / Укл.: О.В. Мізіна, Г.А. Какуніна. - Донецьк: ДоНТУ, 2010. – 111 с.

У методичних рекомендаціях викладено загальні положення та тематичний зміст практичних занять з нормативної навчальної дисципліни циклу природничо-наукової та загальноекономічної підготовки «Статистика». Методичні рекомендації містять завдання щодо виконання практичних робіт з навчальної дисципліни «Статистика».

Укладачі:

О.В. Мізіна, к.е.н., доцент,

Г.А. Какуніна, асистент

Відповідальний за випуск

О.В.Кендюхов, д.е.н., професор

ТЕМАТИЧНИЙ ЗМІСТ ЗАВДАНЬ ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ З НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

№ п/п	Тема і зміст завдань практичних занять	Обсяг завдань практичних занять (ак.год.)	Коефіцієнт вагомості K_{ij} j-того завдання практичного заняття	Штрафні санкції $Ш_{ij}$ за порушення графіку учбового процесу виконання та захисту j-того завдання практичного заняття *
1	Методологічні засади статистики. Оволодіння основними поняттями.	2	0,50	$O_{ij} = O_{ij}^i (1-0,10)$
2	Статистичне спостереження. Зведення і групування статистичних даних.	2	0,60	$O_{ij} = O_{ij}^i (1-0,10)$
3	Узагальнюючі статистичні показники	4	1,25	$O_{ij} = O_{ij}^i (1-0,15)$
4	Аналіз рядів розподілу	8	2,50	$O_{ij} = O_{ij}^i (1-0,15)$
5	Вибірковий метод	6	2,00	$O_{ij} = O_{ij}^i (1-0,15)$
6	Статистичні методи вимірювання взаємозв'язків	4	1,25	$O_{ij} = O_{ij}^i (1-0,10)$
7	Індексний метод	4	1,25	$O_{ij} = O_{ij}^i (1-0,15)$
8	Аналіз інтенсивності динаміки. Аналіз тенденцій розвитку та коливань.	2	0,65	$O_{ij} = O_{ij}^i (1-0,10)$
	Всього практичних занять	32	10	

* O_{ij} - оцінка за виконання завдання з урахуванням штрафних санкцій;
 O_{ij}^i - оцінка за виконання завдання без урахування штрафних санкцій.

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Навчальна програма нормативної дисципліни циклу природничо-наукової та загальноекономічної підготовки «Статистика» є складовою системи стандартів вищої освіти.

Навчальна програма враховує нормативні документи МОН України, Освітньо-професійної програми підготовки спеціаліста за напрямом підготовки 6.030504 «Економіка підприємства», 6.030507 «Маркетинг» галузі знань 0305 «Економіка та підприємництво», Освітньо-кваліфікаційних характеристик (ОКХ) даного напрямку, «Засоби діагностики якості вищої освіти рівня спеціаліст», відбиває основні методичні напрямки навчально-наукового інститут «Вища школа економіки і менеджменту» і кафедри «Економіка і маркетинг».

Навчальна програма нормативної дисципліни циклу природничо-наукової та загальноекономічної підготовки «Статистика»

розроблена на основі:

- навчального плану підготовки спеціалістів в галузі знань 0305 напрямку підготовки 6.030504 та 6.030507;

- типової програми дисципліни «Статистика», затвердженій Галузевим стандартом вищої освіти Міністерства освіти й науки України (ГСВО МОН), чинним з 06 червня 2002 р.;

- освітньо-професійної програми вищої школи по професійному напрямку підготовки магістрів, яка рекомендована Інститутом системних досліджень освіти України і розробленої анотації до дисципліни.

Нормативна навчальна дисципліна циклу природничо-наукової та загальноекономічної підготовки «Статистика» є актуальною для підготовки фахівця у формуванні професійних знань бакалаврів за напрямом підготовки 6.030504 та 6.030507. Головною метою при цьому є вивчення методології економіко-статистичного аналізу. Статистика виявляє кількісні зміни масових суспільних явищ. Основним прийомом в статистичному дослідженні є формування і вивчення узагальнюючих статистичних показників. Такі показники, з одного боку, виступають предметом дослідження, а з іншою – служать спеціальним прийомом дослідження. Статистичні показники відображають суспільно-економічні явища, які знаходяться в складних взаємозв'язках. Взаємозв'язок явищ вимагає сумісного застосування різних статистичних методів і показників. Абсолютні, відносні, середні показники, показники структури і динаміки, взаємозв'язані системи показників, що їх доповнюють, в дослідженні повинні застосовуватися комплексно.

Тому основним завданням розроблених методичних рекомендацій є формування у студентів навичок розрахунків та аналізу статистичних показників, вимірювання об'ємів і рівня, структурних зрушень, динаміки і зв'язку суспільних явищ, чинників, що впливають на загальну динаміку та величини їх впливу.

Подальше вдосконалення методології розрахунку показників, розширення застосування статистичних методів при соціально-економічній оцінці організаційно-

технічних і господарських рішень та в цілому в економічній практиці є важливою передумовою підвищення рівня управління суспільним виробництвом.

Мета вивчення курсу: формування знань щодо методів збирання, оброблення та аналізу інформації про соціально-економічні явища і процеси.

Завдання вивчення курсу: вивчення принципів організації статистичних спостережень, методик розрахунків показників статистичного аналізу соціально-економічних явищ і процесів.

Предмет курсу: розміри й кількісні співвідношення масових явищ і процесів у економіці.

ЗМІСТ

Практичне заняття 1: Методологічні засади статистики. Оволодіння основними поняттями.	7
Практичне заняття 2: Статистичне спостереження. Зведення і групування статистичних даних.	11
Практичне заняття 3: Узагальнюючі статистичні показники	25
Практичне заняття 4: Аналіз рядів розподілу	41
Практичне заняття 5: Вибірковий метод	55
Практичне заняття 6: Статистичні методи вимірювання взаємозв'язків	65
Практичне заняття 7: Індексний метод	76
Практичне заняття 8: Аналіз інтенсивності динаміки. Аналіз тенденцій розвитку та коливань.	84
Рекомендована література	94
Додатки	95

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 1

«МЕТОДОЛОГІЧНІ ЗАСАДИ СТАТИСТИКИ. ОВОЛОДІННЯ ОСНОВНИМИ ПОНЯТТЯМИ»

Мета заняття: засвоєння методологічних засад статистики та оволодіння її основними поняттями.

В результаті виконання практичного заняття студент:

- **повинен знати** види і зміст статистики, предмет статистики, поняття статистичної закономірності та сукупності, особливості статистичної методології.;
- **повинен мати уяву про** статистичні показники та ознаки, шкали їх вимірювання, етапи статистичного дослідження;
- **повинен вміти:** наводити приклади з різними групами закономірностей, обирати шкалу вимірювання для відповідних ознак, формувати систему показників та ознак за пропонованими напрямками дослідження;
- **повинен мати навички:** теоретичного аналізу про природу та логіку предмета пізнання.

План заняття

1. Розгляд особливостей статистичної науки. Визначення її предмету.
2. Вивчення основних понять статистики: статистична закономірність, сукупність, показник, ознака
3. Класифікації ознак та розгляд особливостей при вимірюванні ознак.
4. Особливості етапів статистичного дослідження.
5. Вирішення практичних завдань за темою заняття.

Методичні вказівки

Статистикою називають науку, яка об'єднує принципи та методи роботи з масовими числовими даними — кількісними характеристиками явищ і процесів.

Предметом статистики є величини і кількісні співвідношення між масовими суспільними явищами, закономірності їх формування, розвитку та взаємозв'язку, які розглядаються в безпосередньому зв'язку з їх якісним змістом.

Основними поняттями в статистиці є:

закономірність — повторюваність, послідовність і порядок у масових процесах;

статистична сукупність — певна множина елементів, поєднаних умовами існування й розвитку;

ознаки - властивості, характерні риси або особливості об'єктів (явищ), які можуть бути охарактеризований низкою статистичних величин.

Ознаки мають різний рівень вимірювання, що відображується у відповідних типах шкал. Virізняють три їх типи: номінальну, порядкову, метричну.

Класифікація статистичних ознак

Класифікаційна ознака			
Характер вираження	Характер варіації	Відношення до часу	Характер взаємозв'язку
Атрибутивні Кількісні	Альтернативні Дискретні Непреривані	Моменті Інтервальні	Факторні результативні

Узагальнюючою характеристикою явищ є *статистичний показник*. На відміну від ознак, які реєструються, статистичні показники розраховуються.

Статистична методологія — це комплекс спеціальних, притаманних лише статистиці методів і прийомів дослідження. Особливості статистичної методології пов'язані, по-перше, з точним вимірюванням і кількісним описуванням масових суспільних явищ; по-друге, з використанням узагальнюючих показників для характеристики об'єктивних статистичних закономірностей.

Будь-яке статистичне дослідження послідовно проходить три етапи. Перший етап — збирання первинного статистичного матеріалу. На другому етапі зібрані дані підлягають систематизації та групуванню — від характеристики окремих елементів переходять до узагальнюючих показників. Третій етап передбачає аналіз варіації, динаміки, взаємозв'язків.

Передумовою використання статистичних методів у конкретному дослідженні має бути визначення суті явища, що вивчається, його істотних властивостей.

Практичні завдання та вправи

1. Наведіть приклади з суспільного життя, що вивчаються статистикою.
2. Наведіть приклади сукупностей, які можна виділити у вищих навчальних закладах для статистичного вивчення?
3. Назвіть найбільш вагомні ознаки, що варіюють, які характеризують студентську групу?
4. Назвіть основні факторні ознаки, що визначають варіацію успішності студентів.
5. Назвіть, якими показниками та якими ознаками можна охарактеризувати сукупність підприємств?
6. Наведіть приклади показників, що характеризують:
 - а) населення;
 - б) промисловість;
 - в) торгівлю;

г) транспорт

7. Назвіть ознаки, що варіюють та не варіюють:

- а) у людини;
- б) у підприємств.

8. Назвіть по яким ознакам можна розбити на однорідні групи міста України?

9. Класифікуйте ознаки за способом їх вираження (кількісні чи атрибутивні):

- а) вага чоловіка;
- б) чисельність трудівників;
- в) рівень освіти;
- г) марка вугілля;
- д) обсяг видобутку вугілля визначеної марки;
- е) національність;
- ж) тривалість життя у чоловіків;
- з) рівень кваліфікації;
- і) тарифний розряд;
- к) густота населення;
- л) форма власності

10. Визначте, які показники можна розрахувати по наступним даним:

Підприємство	Чисельність працюючих, чол.			Річний фонд заробітної плати, млн. грош. од.	Обсяг продукції, тис. шт.
	Усього	Чоловіків	Жінок		
№1	5000	2300	2700	14,4	200
№2	10000	4000	6000	31,8	500

11. Визначте, які з кількісних ознак є дискретними, а які неперервними:

- а) середньодобовий пробіг автомобілю;
- б) загальний підсумок балів;
- в) середній бал;
- г) випуск одиниць продукції;
- д) кількість робочих місць;
- е) продуктивність праці (нат. од./люд.)
- ж) термін експлуатації обладнання (років).

12. Для наведених далі запитань анкети назвіть тип кожної ознаки (метрична, порядкова, номінальна) і можливі варіанти її кількісного подання.

1) Ваш вік.

2) Чи відповідає, на вашу думку, сучасним вимогам підготовка економістів вищої кваліфікації?

- а) відповідає;

- б) не відповідає.
- 3) Ви задоволені своїм вибором професії?
 - а) задоволений;
 - б) ставлюсь байдуже;
 - в) не задоволений.
- 4) Зазначте свої життєві плани.
 - а) здобути вищу освіту;
 - б) забезпечити матеріальний добробут сім'ї;
 - в) працювати без шкоди для здоров'я.

13. Проведено анкетне опитування думки населення міста щодо подальшої долі екологічно шкідливого об'єкта. Зібрано 520 анкет. Які подальші етапи?

Запитання до самоконтролю:

1. Що таке статистика? Які функції вона виконує в системі управління?
2. Що вивчала статистика як сфера практичної діяльності у стародавні часи (Китай, Греція, Рим)?
3. Дайте визначення предмета статистики. Чим відрізняється предмет статистики від предмета інших суспільних наук?
4. Чому статистика вивчає масові процеси? Як ви розумієте принцип масовості?
5. Які складові статистичної науки виокремлюють на сучасному етапі?
6. Дайте визначення основним поняттям статистики: статистична закономірність, статистична сукупність, показник, ознака.
7. Поясніть суть статистичної закономірності. В якій формі виявляється статистична закономірність? Наведіть приклади різних закономірностей.
8. Які характерні риси має статистична сукупність? Що є елементом сукупності? Поясніть на прикладі.
9. Який зміст словосполучення «ознака, що варіює»?
10. Чи ідентичні поняття ознаки і статистичного показника? Відповідь обґрунтуйте.
11. Розкрийте особливості статистичної методології.
12. Чому статистика вивчає соціально-економічні явища в динаміці, у розвитку?

Література: /1/, с.3-11; /2/, с.6-9, с.11-15, /3/, с.4-8.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 2

«СТАТИСТИЧНЕ СПОСТЕРЕЖЕННЯ. ЗВЕДЕННЯ І ГРУПУВАННЯ СТАТИСТИЧНИХ ДАНИХ»

Мета заняття: визначення сутності поняття статистичного спостереження, оволодіння навичками статистичного зведення та групування, засвоєння методологічних засад статистики та оволодіння її основними поняттями.

В результаті виконання практичного заняття студент:

- **повинен знати** сутність статистичного спостереження, його форми, види та способи; поняття зведення та групування, їх класифікації, основні питання методології групувань;
- **повинен мати уяву** про організацію статистичного спостереження, помилки спостереження та методи контролю достовірності даних;
- **повинен вміти:** визначати об'єкт, одиницю спостереження та відповідний елемент сукупності; проводити контроль достовірності даних; визначати основний перелік питань програми спостережень, проектувати макети таблиць для проведення групувань;
- **повинен мати навички:** організації статистичного спостереження та обробки відповідного матеріалу.

План заняття

1. Розгляд сутності статистичного спостереження, його організаційних форм, видів та способів.
2. Розгляд програмно-методологічних та організаційних питань статистичного спостереження. Одержання навичок виявлення помилок спостереження та контролю достовірності даних.
3. Придбання навичок статистичного зведення і групування, вивчення залежності між показниками шляхом побудови аналітичного групування.
4. Проведення тестування за темою.

Методичні вказівки

Статистичне спостереження слід проводити за строго визначеним планом, якій містить програмні та організаційні питання. При складанні плану статистичного спостереження головним питанням є – програма спостереження. При її побудові виходять з мети та завдань дослідження.

До організаційних питань спостереження відносять:

- визначення одиниці спостереження;
- встановлення часу та строку його проведення;
- визначення форм та видів спостереження; визначення способів реєстрації фактів.

Статистичний матеріал, який зібрано під час спостереження, повинен бути точним та достовірним. Помилки спостереження виявляються шляхом перевірки та контролю достовірності даних. По-перше здійснюють зовнішній контроль формулярів спостережень, перевіряють правильність та повноту їх заповнення. Потім здійснюють логічний та арифметичний контроль.

Якщо у результаті першої стадії статистичного дослідження одержують відомості про кожну одиницю сукупності, то завдання другої стадії – упорядкування та узагальнення первинного матеріалу шляхом зведення та групування, що дозволяє надати узагальнюючу характеристику сукупності.

Складові статистичного *зведення* такі:

- 1) розробка програми систематизації та групування даних;
- 2) обґрунтування системи показників для характеристики груп і сукупності в цілому;
- 3) проектування макетів таблиць, в яких подаються результати зведення;
- 4) безпосереднє зведення, узагальнення, розрахунок показників.

Групування полягає в розділенні сукупності на групи по істотним для них ознаках.

Результати зведення та групування можуть бути представлені у вигляді статистичних рядів, які можуть бути варіаційними та атрибутивними. Якщо групувальна ознака кількісна, постає питання про кількість груп та межі кожної з них. Орієнтовно оптимальна кількість груп визначається за стандартними процедурами, зокрема за формулою Стерджеса:

$$m = 1 + 2,30259 \lg n,$$

де n — обсяг сукупності;

m — число інтервалів.

Інтервали на практиці утворюють за трьома формальними принципами:

- рівності інтервалів;
- кратності інтервалів;
- рівності частот.

Якщо значення ознаки змінюються рівномірно найчастіше застосовують принцип рівності інтервалів. Ширину кожного інтервалу визначають за формулою

$$h = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{m}$$

де $X_{\max}$, $X_{\min}$ - найбільше та якнайменше значення ознаки,

m - кількість груп.

Якщо діапазон варіації ознаки надто широкий і поділ значень нерівномірний, беруть нерівні інтервали, зокрема сформовані за принципом кратності, коли ширина кожного наступного інтервалу в k раз більша (менша), ніж попереднього.

Структурні й типологічні групування описові: вони характеризують структуру сукупності, виокремлюють характерні риси та особливості. Типологічні групування

відрізняються від структурних тільки метою дослідження, форми їх повністю співпадають (табл. 2.1).

Таблиця 2.1 - Схема структурного й типологічного угруповання

Межі угруповання по істотній ознаці	Кількість одиниць сукупності	Система показників		
::	::	::	::	::
::	::	::	::	::
Разом				

Аналітичні групування проводяться по факторній ознаці та в кожній групі визначається середня величина результативної ознаки (табл. 2.2). За наявності зв'язку між ознаками середні групові систематично зростають (прямий зв'язок) або зменшуються (зворотний зв'язок).

Таблиця 2.2 - Схема аналітичного угруповання

Межі угруповання по факторній ознаці, X_i	Кількість одиниць сукупності f_i	Середнє значення результативної ознаки, Y_i
	f_1	Y_1
	f_2	Y_2
	::	::
Разом	$\sum f_i$	x

Практичні завдання та вправи

- Визначте, який з наведених прикладів є статистичним спостереженням:
 - реєстрація кількості ВІЛ-інфікованих у діагностичних центрах;
 - оцінювання вартості квартири, виставленої на аукціоні;
 - визначення споживання електроенергії в окремому домашньому господарстві;
 - опитування думки експертів щодо перспектив розвитку бізнесу в регіоні.
- Проводиться обстеження інвестиційної привабливості об'єктів літнього відпочинку регіону. Визначте:
 - мету спостереження;
 - об'єкт спостереження;
 - одиницю сукупності;
 - одиницю спостереження.
- Визначте об'єкт, одиницю спостереження та одиницю сукупності обстежень:

- оцінка якості підготовки студентів з дисциплін гуманітарної підготовки у державних та приватних економічних навчальних закладах;
- перепис площ у державних підприємствах промисловості;
- облік наявності касових апаратів у торговельних пунктах центрального ринку міста.

4. Складіть перелік запитань, що входять до програми спостереження:

- опитування слухачів підготовчих курсів щодо вибору спеціальності навчання в університеті;
- вибіркового обстеження бюджетів сімей пенсіонерів.

5. Визначте перелік найважливіших питань (ознак), які характеризують одиницю сукупності:

- промислове підприємство;
- сільськогосподарське підприємство;
- торговельне підприємство;
- сім'ю;
- окрему людину.

6. Визначте місце, час та органи проведення статистичних спостережень:

- опитування учасників торговельного ярмарку підприємств виробництва одягу області, який проходить з 10.05 по 15.05;
- обліку доходів громадян та джерел їх надходження, що здійснюються податковими інспекціями за підсумками календарного року.

7. Визначте об'єктивний, суб'єктивний час спостереження та критичний момент:

- пробний перепис населення здійснюється станом на 24 годину ночі з 17 по 26 лютого протягом 10 днів;
- дані обліку дебіторської заборгованості банків на початок року мають бути подані протягом 15 днів з початку наступного року;
- строк подання місячних звітів про виробничо – фінансову діяльність державних підприємств – не пізніше 10 числа наступного місяця.

8. Визначте, що є об'єктом таких спостережень:

- обстеження комерційних банків з питань їх інвестиційної діяльності;
- обстеження супермаркетів з погляду попиту населення на імпортні продукти харчування;
- обстеження фермерських господарств з метою визначення забезпеченості технікою.

9. Визначте одиницю сукупності та одиницю спостереження в наведених далі прикладах:

- моніторинг продажу цінних паперів на аукціонах;

■ вивчення думки користувачів платних стоматологічних послуг у державних і недержавних медичних установах.

10. Визначте основний перелік питань програми таких спостережень:

- а) ринку туристичних послуг;
- б) дохідності об'єктів нерухомості;
- в) думки споживачів рекламної продукції.

11. Визначте об'єктивний та суб'єктивний час у таких спостереженнях:

- а) обстеження курсу цін акцій за даними біржових торгів, що відбуваються 4 рази на місяць;
- б) облік чисельності зарахованих до вузів на початок навчального року;
- в) облік залишків кредиторської заборгованості банків на кінець кожного року.

12. Які організаційні форми спостереження доцільно застосувати під час обстеження:

- а) кількості всіх спільних підприємств та їх реквізитів;
- б) платоспроможності клієнтів страхових компаній;
- в) показників роботи нотаріальних контор.

13. Визначте вид і спосіб таких спостережень:

- а) експертне оцінювання якості введеного в дію житла;
- б) підбиття підсумків приватизації об'єктів;
- в) обстеження соціально-демографічного складу незайнятого населення, що звернулося до служби зайнятості.

14. Проведіть логічний контроль правильності заповнення мігрантом відривного талона до листа вибуття:

Стать	чоловіча
Вік	15 років
Національність	українець
Сімейний стан	одружений
Місце народження	м. Харків
Місце роботи	учень ПТУ
Громадянство	російське
Термін приїзду	постійне проживання
Мета приїзду	відпочинок
Місце прописки	м. Харків
Кількість членів сім'ї	1
У тому числі дітей	2

15. Здійснить попередній контроль даних статистичного дослідження показників діяльності підприємств. Зробіть виправлення.

Таблиця - Показники діяльності підприємств

№ підприємства	Собівартість одиниці продукції, грош. од.	Обсяг продукції, тис. нат. од	Загальні витрати, тис. грош. од.	Ціна одиниці продукції, грош. од.
1	14,1	320	4512,0	15,2
2	15,3	299	4574,7	15,5
3	16,2	265	4283,0	173
4	14,6	384	5606,4	15,1
Разом	x	1248	18976,1	x

16. Здійснить логічний та арифметичний контроль даних (див. таблицю).
Перевірити правильність даних графі (стовпця) 4 та підсумкових показників у звітності торговельного підприємства за квартал (тис.грн.):

Таблиця – Вихідні дані

№ п/п	Назва товарних груп	Залишки товарів на початок кварталу	Надійшло товарів за квартал	Інші товари, які не відносяться до роздрібних продаж	Роздрібний продаж та інші недокументовані витрати (гр. 1 + гр. 2 – гр. 3 – гр. 5)	Залишки товарів на кінець кварталу
	А	1	2	3	4	5
1	М'ясо	32	270	60	212	30
2	Масло рослинне	20	95	5	900	20
3	Цукор	35	215	13	213	32
4	Кондитерські вироби	55	210	8	197	60
	В цілому	142	790	86	712	142

17. Здійснить логічний та арифметичний контроль даних про посівні площі озимої пшениці, валовий збір та врожайність у сільгосппідприємствах у поточному році, внесить виправлення:

Номер сільгосппідприємства	Посівна площа, га	Валовий збір озимої пшениці, ц	Середня врожайність з 1 га
1	460	9500	21.5
2	705	22500	31.5
3	630	15750	25.0
4	880	20240	13.0
Всього	2670	67910	26.0

18. Проведено групування підприємств однієї з галузей за чисельністю працівників. Здійснить арифметичний контроль даних та внесить необхідні виправлення.

Таблиця - Групування підприємств за чисельністю працівників

Чисельність працівників, чол.	Кількість підприємств	
	одиниць	% до підсумку
До 500	525	20,3
501 – 1000	751	26,1
1001 – 1500	698	30,0
1501 – 2000	489	18,9
Понад 2001	121	4,7
Разом	2584	100,0

19. Проведіть арифметичний контроль даних звіту акціонерних товариств (АТ), внесіть виправлення:

Тип АТ	Кіль- кість товарис- тв	Розмір статут- ного капіталу, млн. грн.	Сума акціонер- них внесків, млн. грн.	Чи- сель- ність акціо- нерів, осіб	Середній розмір внеску одного акціоне- ра, тис. грн.	Питома вага, %		Кільк- ість акціо- нерів у розра- хунк- у на одне АТ, осіб
						Статут ного капіта- лу	Суми внеск- ів	
Відкри- те	160	1300	1150	16900	74.2	71	80	110
Закрите	110	700	350	5300	57.9	29	20	60
Всього	270	2000	1500	22200	68.1	100	100	170

20. За допомогою логічного контролю виявіть помилки в відповідях на питання анкети:

- | | |
|--|--|
| 1. Прізвище, ім'я та по батькові | Комарова Тетяна Іванівна |
| 2. Стать | Жінка |
| 3. Вік | 18 років |
| 4. Національність | Українка |
| 5. Місто народження | м. Донецьк |
| 6. Освіта (якщо вища чи середня спеціальна, то за якою спеціальністю?) | Вища, закінчила факультет іноземної мови |
| 7. Стан у браку | Заміжня |
| 8. Рідна мова | Угорська |
| 9. Чи маєте дітей? | Так |
| 10. Кількість дітей та їх вік | Двоє, чотирьох та восьми років |
| 11. Державні заклади, які відвідують діти | Учні середньої освітньої школи №5 |

- | | |
|---|---|
| 12. Місце роботи | Типографія |
| 13. Заняття по місту роботи | Коректор |
| 14. Володіння іноземною мовою | Не володію |
| 15. Вік чоловіка (дружини) | 38 років |
| 16. Освіта чоловіка (дружини) | Середня |
| 17. Його (її) місце роботи та заняття по місту роботи | Металургійний завод, інженер |
| 18. Володіння ним (нею) іноземною мовою | Володіння англійською та італійською мовами |
| 19. Бажаєте працювати за границею? | Так |

21. Розподіл коштів підприємства за джерелами їх формування наведено у таблиці. Визначте вид групування за ціллю дослідження та видом ознаки групування.

Таблиця - Джерела формування коштів підприємства

Джерела майна підприємства	Частка коштів, % до підсумку
1. Власні джерела	46
2. Довгострокові позикові джерела	4
3. Короткострокові кредити	12
4. Кредиторська заборгованість та інші пасиви	38
Разом	100

22. На основі даних про розподіл робітників за кваліфікацією в галузях промисловості визначте вид групування за ціллю дослідження, кількістю та видом ознак групування.

Таблиця - Розподіл робітників за кваліфікацією

Галузь	Робітники			
	низько-кваліфіковані	кваліфіковані	високої кваліфікації	Разом
Машинобудівництво	12,5	82,7	4,8	100
Електроенергетика	15,3	78,2	6,5	100
Легка промисловість	17,6	76,8	5,6	100
Харчова промисловість	26,8	70,6	2,6	100
В середньому	14,5	81,2	4,3	100

23. Розробіть програму статистичного спостереження бюджету сімей студентів економічного факультету.

24. Результати тестування 16 слухачів курсів східних мов за 100-бальною системою виявилися такими:

79	82	87	75	83	80	82	85
90	78	85	81	77	84	83	76

Складіть ряд розподілу слухачів за кількістю набраних балів, виокремивши три групи з рівними інтервалами.

25. Зазначте вид групувань:

- а) поділ шлюбних пар (нареченого та нареченої) за віком;
- б) поділ промислових підприємств регіону за формами власності;
- в) групування фірм за тривалістю обороту обігових коштів з визначенням середнього рівня рентабельності капіталу в кожній групі.

26. Визначте орієнтовну кількість груп для сукупності: а) 30 одиниць; б) 100 одиниць.

27. Під час екзамену студенти одержали такі оцінки:

3	4	4	4	3	4
3	4	3	5	4	4
5	5	2	3	2	3
3	4	4	5	3	3
5	4	5	4	4	4

Побудуйте дискретний варіаційний ряд розподілу за балами. Визначте елементи ряду розподілу та зробіть висновки.

28. Денний випуск продукції (нат. од.) однотиповими підприємствами характеризується наступними даними:

65	62	86	82	88
90	75	74	68	76
77	78	80	82	80
70	81	79	76	86
70	80	72	90	68
73	80	70	76	74
66	88	82	77	92
70	77	72	62	78

Побудуйте інтервальний варіаційний ряд розподілу підприємств за обсягом випуску продукції, утворюючи 3 групи з однаковими інтервалами. Визначте елементи ряду розподілу.

29. За результатами опитування маємо дані про вік і схильність до ризику респондентів (див. таблицю). Коди самооцінки схильності до ризику: 1 — ризику уникаю взагалі; 2 — готовий ризикнути з певними гарантіями; 3 — люблю ризикувати.

№ п/п	Вік, років	Схильність до ризику	№ п/п	Вік, років	Схильність до ризику
1	48	1	16	45	3
2	29	2	17	23	2
3	43	2	18	61	2
4	32	2	19	33	2
5	38	2	20	42	1
6	62	1	21	27	3
7	35	1	22	37	2
8	22	3	23	65	1
9	56	3	24	40	2
10	50	2	25	49	2
11	25	3	26	57	2
12	67	1	27	19	3
13	21	3	28	70	2
14	39	1	29	36	2
15	28	2	30	52	3

Побудуйте ряди розподілу респондентів:

а) за віком, виділивши три групи:

1) до 30 років;

2) 30 — 60;

3) 60 і старші;

б) за схильністю до ризику, виділивши групи ризикових, обережних і не ризикових інвесторів;

в) за віком і схильністю до ризику.

Результати групувань подайте у вигляді статистичних таблиць. Зробіть висновки.

30. При зберіганні 20 партій одного з продуктів харчування його якість погіршується (див. табл). Побудуйте дискретний та комбінаційний (за строком зберігання та балам зниження якості) ряди розподілу, утворюючи слідувачі групи: від 0 до 1 балу, 2 – 3 бала, 4 – 6 балів. Для вивчення залежності якості від строку зберігання виконайте аналітичне групування. Зробіть висновки.

Таблиця - Залежність строку зберігання та якості продукту харчування

№ партії	Строк зберігання, міс.	Зниження якості, бал	№ партії	Строк зберігання, міс.	Зниження якості, бал.
1	2	2	11	3	4
2	4	4	12	4	2
3	3	4	13	3	4
4	3	3	14	1	0
5	3	5	15	4	6
6	2	2	16	2	1
7	2	1	17	3	2
8	2	3	18	1	1
9	4	3	19	3	3
10	4	5	20	1	0

Тести

1. «Сутність статистичного спостереження полягає в...»

- а. Науково організованому зборі масових даних про явища і процеси громадського життя.
- б. Статистичній обробці цифрових даних
- в. Розрахунку відповідних статистичних показників.
- г. Організації і проведенні збору достовірних даних про економічні явища

2. «У плані статистичного спостереження розглядаються...»

- а. Види і способи спостережень.
- б. Програмно-методологічні питання.
- в. Організаційні питання;
- г. Форми спостереження.

3. «Статистичне спостереження здійснюється шляхом...»

- а. Представлення звітності.
- б. Проведення спеціально організованого статистичного спостереження.
- в. Опиту.
- г. Немає вірного

4. «До спеціально організованих статистичних спостережень відносяться...»

- а. Перепис.
- б. Одночасні обліки.
- в. Дані первинного обліку підприємств.
- г. Вибіркові обстеження.

5. «Ціль статистичного спостереження...»

- а. Пізнавальна задача спостереження.
- б. Аналіз явищ або процесів, підлягаючих статистичному вивченню.

- в. Збір статистичних даних.
- г. Статистична обробка цифрових даних.

6. «Програмно-методологічна частина плану статистичного спостереження включає визначення...»

- а. Місця спостереження.
- б. Об'єкта спостереження.
- в. Способів одержання даних.
- г. Програми спостереження
- д. Органів спостереження.

7. «Програма статистичного спостереження являє собою...»

- а. Сукупність робіт, що необхідно виконати у процесі спостереження.
- б. План статистичного спостереження.
- в. Перелік питань, на які необхідно одержати відповіді в процесі проведення спостереження (перелік ознак, підлягаючих реєстрації).
- г. Перелік відповідей, що одержують у результаті статистичного спостереження.

8. «Об'єктом спостереження в статистиці називається...»

- а. Складова сукупності, що є джерелом інформації.
- б. Соціально-економічне явище або процес, що підлягає статистичному вивченню.
- в. Ознака, що підлягає реєстрації.
- г. Носій ознак, що підлягають реєстрації.

9. «Робиться детальний опис двох підприємств - передового і відстаючого. За охопленням одиниць сукупності це спостереження ...»

- а. Суцільне.
- б. Вибіркове.
- в. Обстеження основного масиву.
- г. Монографічне.

10. «По первинним даним про денний виробіток трьох робітників однієї з бригад підприємства середній виробіток одного робітника варто розраховувати по формулі...»

- а. Арифметичної простій.
- б. Арифметичної зваженої.
- в. Гармонійної простій.
- г. Гармонійної зваженої.

11. «Одиницею (елементом) сукупності в статистиці називається...»

- а. Елемент, що являється основою рахунку, що ведеться при обстеженні, і носієм ознак, підлягаючих реєстрації.

б. Складова сукупності, від якої повинні бути отримані відомості в процесі спостереження;

в. Дані первинного обліку;

г. Явище, що підлягає статистичному вивченню.

12. «З ціллю вивчення передового досвіду зроблено докладний опис господарської діяльності сільськогосподарського підприємства. По охопленню одиниць сукупності це спостереження ...»

а. Суцільне.

б. Вибіркове.

в. Обстеження основного масиву.

г. Монографічне

13. "Здійснюються контрольні перевірки тривалості горіння лампочок. По охопленню одиниць сукупності це спостереження... "

а. Суцільне.

б. Вибіркове.

в. Обстеження основного масиву.

г. Монографічне.

14. «Одиницею спостереження в статистиці називається...»

а. Перепис та одноразове спостереження.

б. Соціально-економічне явище, що підлягає статистичному вивченню.

в. Первинна складова сукупності, від якої повинні бути отримані відомості в процесі спостереження

г. Елемент статистичної сукупності, що є носієм ознак, підлягаючих реєстрації

15. «Проведено обстеження продуктивності праці на великих шахтах, що добувають 75% усього вугілля. По охопленню одиниць сукупності - це спостереження...»

а. Суцільне.

б. Вибіркове.

в. Обстеження основного масиву.

г. Монографічне.

16. «Документальний спосіб спостереження застосовується при...»

а. Перепису населення.

б. Перепису наявного устаткування.

в. Обліку випуску продукції на підприємстві.

г. Вивченні передового досвіду роботи.

17. «Суб'єктивним часом спостереження є...»

а. Час, до якого відносяться дані спостереження.

б. Момент часу, за станом на який проводиться спостереження.

в. Період часу, протягом якого проводиться спостереження (реєструються ознаки об'єкта спостереження).

г. Час обстеження, установлений суб'єктом спостереження (спостерігачем).

18. «Проведена інвентаризація товарних запасів магазину за станом на 1 лютого, що продовжувалась п'ять днів. Об'єктивним часом є...»

а. 1 лютого;

б. П'ять днів.

19. «Термін представлення звіту про собівартість зробленої продукції за жовтень - 1-5 листопада. Об'єктивним часом є...»

а. Жовтень.

б. 1-5 листопада.

20. Існують наступні засоби одержання статистичних даних:

а. Документальний.

б. Вибірковий.

в. Опитування респондентів.

г. Спостереження основного масиву.

Запитання до самоконтролю:

1. В чому полягає суть статистичного спостереження і яка його відмінність від інших видів спостережень?

2. Які вимоги до статистичного спостереження?

3. Програмно – методологічні питання забезпечення статистичного спостереження.

4. Мета і завдання статистичного спостереження.

5. В чому відмінність одиниці спостереження від одиниці сукупності? Навести приклади.

6. Що являє собою програма статистичного спостереження?

7. Які питання відображаються в організаційному плані статистичного спостереження?

8. Що називають об'єктивним та суб'єктивним часом спостереження?

9. Форми, різновиди та способи спостереження та їх сутність.

10. Що називають помилками статистичного спостереження? На які групи вони поділяються?

11. Причини виникнення помилок реєстрації. Види помилок реєстрації.

12. Причини виникнення помилок репрезентативності.

13. За якими напрямками можна запобігати помилкам спостереження?

14. Які види контролю результатів статистичного спостереження використовують статистичні органи?

15. В чому суть логічного та арифметичного контролю?
16. Поясніть суть зведення статистичних даних.
17. У чому відмінність між класифікацією та групуванням?
18. Які функції у статистичному аналізі виконує групування?
19. За допомогою якого групування можна вивчити структуру сукупності та зміни в структурі? Наведіть приклад.
20. Що являє собою зведення? В чому його суть?
21. З яких етапів складається зведення?
22. Яке зведення називається простим? складеним?
23. Що називають рядами розподілу? Їх характерна ознака? Елементи атрибутивних рядів розподілу. Елементи варіаційних рядів розподілу.
24. Як визначають кількість груп у групуваннях з кількісною ознакою?
25. Поясніть особливості групувань при вивченні взаємозв'язків між ознаками.
26. За якими принципами утворюються інтервали групувань? Наведіть приклади.

Література: /1/, с.12-40; /2/, с.3-11; /3/, с.8-19.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 3 «УЗАГАЛЬНЮЮЧІ СТАТИСТИЧНІ ПОКАЗНИКИ»

Мета заняття: визначення сутності та виду статистичних показників, придбання навичок розрахунку та аналізу узагальнюючих статистичних показників.

В результаті виконання практичного заняття студент:

- **повинен знати** визначення статистичного показника та його види, поняття моделі показника, ознаки показників, види відносних та середніх величин та способи їх розрахунку, властивості середньої арифметичної, поняття інтегральних оцінок;
- **повинен мати уяву** про значення точності та адекватності показника, вимірники показників; види абсолютних, відносних та середніх величин; систему статистичних показників;
- **повинен вміти:** розрізняти відносні величини інтенсивності, структури, координації, порівнянь, динаміки; проводити розрахунки середніх величин, багатовимірної середньої;
- **повинен мати навички:** розрахунку та аналізу узагальнюючих статистичних показників.

План заняття

1. Розгляд сутності та виду статистичних показників.
2. Визначення особливостей використання абсолютних величин.
3. Придбання навичок розрахунку відносних величин.

4. Придбання навичок розрахунку середніх величин.
5. Система статистичних показників та конструювання інтегральних оцінок
6. Проведення тестування за темою.

Методичні вказівки

Статистичний показник — це міра, тобто єдність якісного і кількісного відображення певної властивості соціально-економічного явища чи процесу.

Модель показника має надзвичайно важливе значення для забезпечення *вірогідності* статистичної інформації.

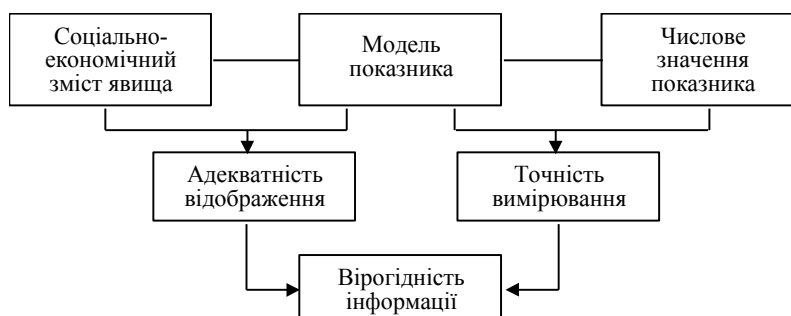


Рисунок - Зв'язок статистичної моделі показника та вірогідності інформації

За *способом обчислення* розрізняють первинні й вторинні (похідні) показники. За *ознакою часу* показники розділяються на інтервальні та моментні. Особливістю первинних інтервальних показників є їх *адитивність*, тобто можливість підсумовування. Похідні показники здебільшого неаддитивні.

Абсолютні величини характеризують розміри соціально-економічних явищ. Абсолютні величини - це іменовані числа. Натуральні вимірники відбивають притаманні явищам фізичні властивості. Іноді використовують комбіновані натуральні вимірники. Якщо постає потреба звести воедино кілька різновидів одного явища, то беруть умовно-натуральні вимірники. Основне питання використання таких вимірників полягає в тому, щоб обрати ознаку, за якою встановлюються відповідні коефіцієнти перерахунку.

Поглиблений соціально-економічний аналіз фактів потребує різного роду порівнянь. Результатом порівняння є *відносна статистична величина*, яка характеризує міру кількісного співвідношення різнойменних чи однойменних показників.

Відповідно до аналітичних функцій відносні величини можна класифікувати так:

I. Відношення різнойменних показників

Відносні величини інтенсивності

II. Відношення однойменних показників

1) відносні величини структури;

2) відносні величини координації.

3) відносні величини порівнянь;

4) відносні величини динаміки.

Для деяких показників встановлюють планові завдання. Шляхом порівняння планових й фактичних значень показників обчислюють відносні величини: *планового завдання та виконання плану*. Якщо позначити фактичний рівень поточного періоду y_1 , базового y_0 та плановий рівень $y_{пл}$, то:

- відносну величину динаміки можна розрахувати по формулі $K_d = y_1/y_0$,
- планового завдання – $K_{пз} = y_{пл}/y_0$,
- виконання плану $K_{вп} = y_1/y_{пл}$.

Очевидно, що ці величини взаємозв'язані, тобто

$$\frac{y_1}{y_0} = \frac{y_1}{y_{пл}} * \frac{y_{пл}}{y_0} \quad \text{або} \quad K_d = K_{пз} \times K_{вп}$$

Середня величина є узагальнюючою мірою ознаки, що варіює, у статистичній сукупності. В середній взаємно компенсуються індивідуальні відмінності елементів та узагальнюються типові риси. У кожному конкретному випадку використовується певний вид середньої, зокрема: середня арифметична; середня гармонічна; середня геометрична; середня квадратична і т. д.

За первинними, незгрупованими даними обчислюється *середня арифметична проста*:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n \tilde{o}_i}{n}.$$

де x_i – індивідуальні значення ознаки (варіанти),

n – число варіант (обсяг сукупності).

За цією ж формулою обчислюються середні у динамічному ряду.

Моментні показники розраховуються за формулою *середньої хронологічної*:

$$\bar{x} = \frac{\frac{x_1 + x_n}{2} + x_2 + x_3 + \dots + x_{n-1}}{n-1}.$$

У великих за обсягом сукупностях окремі значення ознаки (варіанти) можуть повторюватись. Значення ознаки осереднюються за формулою *середньої арифметичної зваженої*:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i f_i}{\sum_{i=1}^k f_i}.$$

У структурованій сукупності при розрахунку середньої зваженої варіантами можуть бути як окремі значення ознаки, так і *групові середні* $\bar{x}_j$, кожна з яких має відповідну вагу у вигляді групових частот f_j . Таку середню називають *загальною середньою*.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^m \bar{x}_j f_j}{\sum_{j=1}^m f_j}.$$

де m - кількість груп

Для *альтернативної ознаки*, яка приймає взаємовиключені значення 1 або 0, середня величина є часткою елементів сукупності d_1 з ознакою, що цікавить дослідника:

$$\bar{x} = \frac{\sum x f}{\sum f} = \frac{1 f_1 + 0 f_0}{f_1 + f_0} = \frac{f_1}{\sum f} = d_1$$

Для ознак *порядкової (рангової) шкали* використовуються різні варіанти оцифрування. Звичайно розраховується *нормований середній бал*, який відображує рівень підтримки по питанню, що досліджується:

$$\bar{K} = \frac{\bar{x} - R/2}{x'}$$

де $\bar{x}$ - середньозважений ранг (x – ранг ознаки),

R - розмах шкали рангів (різниця між найбільшим та найменшим значеннями рангової шкали),

x' - середина шкали рангів (яка дорівнює напівсумі граничних рангів).

Для спрощення розрахунків доцільно використовувати формулу розрахунку середньої методом відліку від умовного нуля:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^m \frac{x_i - x_0}{k} f_i}{\sum f_i} * k + x_0$$

де x_0 – умовний нуль (за який приймають варіанту з найбільшою частотою);

k - загальний множник, що міститься у варіантах або у відхиленнях варіант від початку відліку,

При розрахунку середньої з обернених показників використовують середню гармонічну. Широко використовується *середня гармонічна зважена*:

$$\bar{x} = \frac{\sum z}{\sum (z/x)},$$

В практиці аналізу достатньо часто вимагається визначити середню не абсолютної величини, а відносної. Вибір форми середньої, залежить від наявної інформації. Основою вибору є логічна формула показника або вихідне співвідношення середньої.

Якщо визначальна властивість сукупності формується як добуток індивідуальних значень ознаки, використовується *середня геометрична*:

$$\bar{X} = \sqrt[n]{x_1 x_2 x_3 \dots x_n} = \sqrt[n]{\prod_1^n x_i},$$

де Π — символ добутку;

x_i — відносні величини динаміки, виражені кратним відношенням j -го значення показника до попереднього $(j - 1)$ -го.

Коли часові інтервали не однакові, розрахунок виконують за формулою *середньої геометричної зваженої*:

$$\bar{X} = \sqrt[n]{\prod_1^m x_j^{n_j}},$$

де n_j — часовий інтервал,

$$\sum n_j = n,$$

m — кількість інтервалів.

Складність окремих суспільних явищ зумовила появу *інтегральних комплексних оцінок*. З-поміж інтегральних оцінок широко використовуються оцінки у вигляді *багатовимірних середніх*. Базою порівняння можуть бути середні значення показників по сукупності в цілому $\bar{x}_i$ або еталонні значення $x_{i,st}$ (норма, стандарт):

$$P_{ij} = \frac{x_{ij}}{\bar{x}_i} \quad \text{або} \quad D_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_{i,st}}.$$

Середню арифметичну з відношень P_{ij} називають *багатовимірною*. Вона визначається для кожного j -го елемента i є інтегральною оцінкою певного явища саме для цього елемента:

$$\bar{P}_j = \frac{\sum_{i=1}^m P_{ij}}{m},$$

Якщо показники вважаються різновагомими, кожному з них надається певна вага і розрахунок виконується за формулою середньої арифметичної зваженої:

$$\bar{P}_j = \sum_{i=1}^m P_{ij} d_i,$$

де d_i — вага i -го показника; визначається вона, як правило, експертами так, щоб $\sum_{i=1}^m d_i = 1$.

Практичні завдання та вправи

1. Класифікуйте наведені статистичні показники за ознакою часу та аналітичною функцією:

- а) виробництво електроенергії на душу населення за рік, кВт · год;
- б) введення в дію загальної площі житлових будинків за рік, млн м²;
- в) частка інвестицій на охорону навколишнього середовища в загальному обсязі капітальних вкладень;
- г) довжина електрифікованих ліній залізниць на кінець року, тис. км;
- д) ступінь використання виробничих потужностей домобудівного комбінату, %;
- є) кількість зареєстрованих за рік шлюбів на 1000 населення;
- ж) співвідношення основних і оборотних активів фірми;
- з) індекс споживчих цін за I квартал, %;

2. Згідно з договору молокозаводу з господарствами області, які спеціалізуються на постачанні молока, необхідно здати 4000 центнерів молока жирністю 3,2%, але фактично здача була такою:

- Перше господарство здало 2000 ц молока жирністю 3,0%;
- Друге господарство – 600 ц молока жирністю 2,8%;
- Третє господарство – 1400 ц молока жирністю 3,4%.

Визначити загальну кількість молока, яке здано на молокозавод, в перерахунку на умовну жирність 3,2%, а також рівень виконання договорів.

3. За звітний період підприємство випустило зошитів: 12 – паперових - 50 тис. шт., 24 – паперових – 20 тис. шт., 60 – паперових – 10 тис. шт., 96 – паперових - 5 тис. шт. Визначте загальний обсяг випуску зошитів в умовно-натуральному вираженні.

4. За звітний період підприємством використано наступні види палива: вугілля – 200 т, газу - 820 тис. куб. м, мазуту – 1200 т. Визначте загальний обсяг витраченого палива в умовно-натуральному вираженні, використовуючи наступні коефіцієнти: вугілля – 0,9; газ – 1,2; мазут – 1,37.

5. Споживання палива тепловими електростанціями регіону становило:

Вид палива	Минулий рік	Поточний рік	Коефіцієнт переведення в умовне паливо
Вугілля, млн т	8,2	22,6	0,90
Газ природний, млн м ³	11,4	21,6	1,20

Визначіть обсяги спожитого умовного палива за кожний рік; відносні величини динаміки і структури. Зробіть висновок щодо структурних зрушень.

6. У підсобному господарстві промислового підприємства за рік було витрачено на годування птахів: овса – 12 ц, зерна кукурудзи – 72 ц, проса – 2 ц, вічменю – 1,5 ц. Визначте загальну кількість кормів, якими годували птицю в перерахунку на умовні кормові одиниці по наступним коефіцієнтам: овес – 1,0; кукурудза – 1,34; просо – 0,96; вічмень – 1,21.

7. За наведеними в таблиці даними, млрд грн., проаналізуйте інтенсивність зовнішньоторговельного обороту, його структуру, пропорції та динаміку. Укажіть види відносних величин. Зробіть висновки.

Рік	Валовий національний продукт	Оборот зовнішньої торгівлі	У тому числі експорт та імпорт	
			товарів	послуг
Минулий	630	150	105	45
Поточний	700	200	120	80

8. За планом передбачалось підвищення випуску продукції на 5%, фактично вироблено на 10,25% більш, ніж в базовому періоді. Визначте відсоток виконання плану по випуску продукції.

9. Продуктивність праці за звітний період підвищилась у порівнянні з базовим періодом на 7,1% при плані 5%. Визначте відсоток виконання плану по зростанню продуктивності праці.

10. Річний план 2010 року по виробництву продукції виконано підприємством на 110%, планове завдання на 2011 рік становить 105%. Визначте відносну величину динаміки планового завдання випуску продукції.

11. Планове завдання по реалізації продукції на 2012 рік становить 108%, показник динаміки фактичного обсягу реалізації за 2011-2012 рр. – 113,4%. Визначте відсоток виконання плану 2012 року по реалізації продукції підприємства.

12. План зростання продуктивності праці на 2013 рік виконано підприємством на 102%, показник динаміки продуктивності праці за 2012-2013 роки – 107,1%. Визначте планове завдання по зростанню продуктивності праці на 2033 рік.

13. Місячна продуктивність праці по плану повинна становити 14,5 нат.од./людину, фактично вона була на рівні 15,2 нат.од./люд. Планова заробітна платня на людину становила – 352 грош. од., фактична – 396 грош. од. Визначте відносну величину виконання плану по продуктивності праці та її оплаті. Зробіть необхідні висновки.

14. На одному з промислових підприємств виконання плану по виробництву продукції у поточному році становило 110% при плані 5400 тис. грош. од. Виробництво продукції в поточному році планувалося збільшити в порівнянні з базовим на 8%. Визначте:

- фактичний обсяг виробництва в базовому та поточному періодах;
- на скільки відсотків збільшився рівень виробництва продукції у поточному році в порівнянні з базовим.

15. По останньому перепису в країні нараховувалось 262,4 млн. чоловік, при цьому приріст населення відносно до його чисельності по попередньому перепису становив 8,6%. За даними останнього перепису у шлюбі було 122,6 млн. чоловік, що на 14,4% більш, ніж по попередньому перепису. Визначте:

- чисельність населення та чисельність людей, що перебувають у шлюбі за даними попереднього перепису;
- динаміку частки людей, що перебувають у шлюбі.

16. План виробництва продукції першим цехом підприємства було виконано на 101,6 %, другим – на 103,5%, третім – на 95% та четвертим – на 103,2%. Визначте ступінь виконання плану по виробництву продукції підприємством взагалі, якщо відомо, що перший цех повинен був випустити продукції за планом на 310 млн. грн., другий – на 120 млн. грн., фактичний випуск продукції третім цехом становив 250 млн. грн., четвертим – 146 млн грн.

17. За планом передбачалось знизити собівартість на 5%, фактично вона зросла на 2%. Визначте, скільки відсотків становить фактична собівартість в порівнянні за плановою.

18. Виробництво взуття об'єднанням характеризується даними таблиці (тис. пар). Розрахуйте усі можливі види відносних величин та укажіть, до якого виду вони належать.

Таблиця - Випуск взуття

Взуття	Базовий рік	Поточний рік		
		план	фактично	вироблено головним підприємством
Доросла	54,0	87,8	94,8	23,2
Дитяча	40,9	47,2	51,0	12,3
Разом	94,9	135,0	145,8	35,5

19. По трьом підприємствам, що випускають однакову продукцію є дані, що надані у таблиці. Визначте витрати часу на одиницю продукції в середньому по трьом підприємствам.

Таблиця - Витрати часу на виробництво продукції

Номер підприємства	Витрати часу, хвилин	
	на одиницю продукції	на всю продукцію
1	60	1200
2	50	2000
3	40	1600
Разом	x	4800

20. Визначите середню продуктивність праці по трьом підприємствам по даним гр.1 та гр.2, гр.1 та гр.3, гр.2 та гр.3 наступної таблиці:

Таблиця - Продуктивність праці

Номер підприємства	Чисельність, тис. чол.	Місячний випуск продукції, нат. од.	Місячна продуктивність праці, нат.од./людину
A	1	2	3
1	139,80	2055	14,7
2	102,34	1484	14,5
3	63,29	981	15,5
Разом	305,43	4520	x

21. За даними про розподіл робочих дільниці підприємства по розміру місячної заробітної плати визначите середню заробітну плату одного робочого (у тому числі методом розрахунку середньої засобом відрахування від умовного нуля).

Таблиця - Розподіл робочих по розміру місячної заробітної плати

Група робочих по розміру місячної заробітної плати, грош. од.	Чисельність робочих, % до підсумку
140-160	10
160-180	15
180-200	45
200-220	20
220-240	10
Разом	100

22. Продукція вищого гатунку у загальному випуску по дільницям підприємства становить: дільниця №1 – 70%, дільниця №2 – 75%, дільниця №3 – 60%. Загальний обсяг продукції відповідно дорівнює 500, 300 та 200 тис. грош. од. Визначите частку продукції вищого гатунку для підприємства взагалі.

23. Визначите середній час простоїв по організаційним причинам за зміну по даним одноразового вибіркового дослідження дільниць підприємства:

Таблиця - Простої на ділянці

Середній час простою ділянки, хвилин	Кількість ділянок
до 4	10
5-9	30
10-14	25
15-19	20
20 та більше	15
Разом	100

24. За даними таблиці, що характеризує загальну чисельність студентів та студентів, що були прийняті на денне відділення учбових закладів країни, визначите середню частку студентів, що були прийняті на денне відділення у базовому та поточному періодах та динаміку їх частки.

Таблиця - Чисельність студентів

Учбові заклади	Базовий період		Поточний період	
	всього прийнято, тис. чол.	частка прийнятих на денне відділення, %	прийнято на денне відділення, тис. чол.	частка прийнятих на денне відділення, %
Вищі технічні університети	181,7	58,8	113,4	65,3
Комерційні університети	264,6	62,8	157,4	66,3

25. Визначите середню частку студентів, що навчаються без відриву від основної роботи у нижче наведених учбових закладах. Обґрунтуйте форму середньої.

Таблиця - Вихідні дані

Вищі учбові заклади	Всього прийнято, тис. чол.	Частка студентів, що навчаються без відриву від основної роботи, %
Університети	128	36,0
Педагогічні університети	217	35,0
Університети культури та кінематографії	11	25,9
Разом	356	х

26. Виконання плану по будівництву об'єктів житлово-комунального призначення за рахунок усіх джерел фінансування в одному з районів характеризується даними, що наведені у таблиці. Визначите середній відсоток виконання плану. Обґрунтуйте форму середньої.

Таблиця - Виконання плану будівництва об'єктів житлово-комунального призначення

Об'єкти житлово-комунального призначення	Побудовано, тис. місць	% виконання плану
Загальноосвітні школи	15,0	98
Дошкільні заклади	6,4	54
Палаці культури	3,6	75

27. За даними про розподіл 100 робочих по денному виробітку визначите середній денний виробіток

Денний виробіток, нат. од.	до 80	80-100	100-120	120 та більше
Чисельність робочих, чол.	20	40	30	10

28. Визначите середню питому вагу обігових коштів у майні по сукупності підприємств (у відсотках до підсумку майна) за даними таблиці. Обґрунтуйте форму середньої.

Таблиця - Вартість обігових коштів підприємств

Підприємство	Питома вага обігових коштів у майні підприємства, %	Вартість обігових коштів, тис. грош. од.
Підприємство №1	41	820
Підприємство №2	45	225
Разом	x	1045

29. На акції трьох різних компаній очікується щорічний прибуток у відсотках: 14, 20, 16. Інвестори розподілили свої внески між акціями цих компаній у наступній пропорції, % (див. табл.). Визначте прибуток кожного інвестора від такого портфеля цінних паперів. Дайте оцінку одержаним результатам і, якщо прибуток різний, проаналізуйте чому.

Таблиця - Розподіл внесків на акції компаній

Інвестор	Компанії		
	1	2	3
A	60	20	20
B	40	35	25
C	30	20	50

30. Поставки товару за різними сортами характеризуються наступними даними (див. табл.). Визначте середню ціну товару за контрактом і фактично. Зробіть висновки щодо умов виконання контракту. Якщо середні ціни відрізняються, проаналізуйте чому.

Таблиця - Дані про постачання товарів

Сорт товару	Поставка, шт.		Ціна одиниці товару, грош. од.
	за контрактом	фактично	
Вищий	500	800	160
Середній	410	150	120
Нижчий	90	50	80
Разом	1000	1000	x

31. Визначите середній ранг задоволеності робітниками своєю професією за наступними даними:

Ступінь задоволеності	Чисельність робітників, чол.	
	Електрослюсарі	Гірничий робочий очисного вибою
Задоволені	18	67
Байдужі	32	49
Не задоволені	30	34
Разом	80	150

32. За результатами вибіркового обстеження визначите нормований середній бал, що узагальнює ставлення населення до приватизації житла. Зробіть висновки.

Ставлення до приватизації	Частка відповідей, %
Повністю підтримують	32
Частково підтримують	47
Не підтримують	21
Разом	100

33. Визначите нормований середній бал задоволеності підприємств якістю обладнання, що поставляється, по наведеним нижче даним:

Таблиця - Вихідні дані

Задоволені Ви якістю обладнання, що поставляється?	Кількість відповідей, % до підсумку
Так, повністю	15
Частково	49
Ні, не задоволені	36
Разом	100

34. Визначите середній бал якості продукції, що була реалізована населенню, за наступними даними:

Рівень якості продукції	Кількість відповідей, % до підсумку
Дуже високий	6
Високий	10
Середній	43
Нижче середнього	25
Низький	16
Разом	100

35. Розрахуйте багатовимірну середню для узагальнюючої характеристики розвитку охорони здоров'я в промислових регіонах Придніпровського економічного району України за даними таблиці

Область	В розрахунку на 10000 чоловік населення		
	лікарів, x_1	Середнього мед. персоналу, x_2	лікарняних місць, x_3
Дніпропетровська	44,3	115,0	139,5
Донецька	43,9	125,1	139,0
Запорізька	43,5	109,1	138,8
Харківська	48,8	109,3	131,9
Україна у цілому	43,9	115,8	134,7

Тести

1. «Якщо частоти всіх значень ознаки збільшити на 6 одиниць, а всі індивідуальні значення ознаки зменшити на 4 одиниці, то середня...»

- а. Збільшиться на 6.
- б. Зменшиться на 4.
- в. Збільшиться на 2.
- г. Зміни середньої передбачити неможливо.

2. «По первинним даним про денний виробіток трьох робітників однієї з бригад підприємства середній виробіток одного робітника варто розраховувати по формулі...»

- а. Арифметичної простій.
- б. Арифметичної зваженої.
- в. Гармонійної простій.
- г. Гармонійної зваженої.

3. «Величина середньої арифметичної зваженої залежить від...»

- а. Розміру (абсолютної суми) частот
- б. Співвідношення між частотами.

- в. Розміру варіант та абсолютної суми частот.
- г. Розміру варіант та співвідношення між частотами.

4. «Якщо всі індивідуальні значення ознаки збільшити в 3 рази, а частоти зменшити в 3 рази, то середня... »

- а. Не зміниться.
- б. Зменшиться в 3 рази.
- в. Збільшиться в 3 рази.
- г. Зміни середньої передбачити не можна.

5. «Якщо частоти всіх значень ознаки збільшити на 10 одиниць, то середня... »

- а. Збільшиться на 10.
- б. Збільшиться в 10 разів.
- в. Не зміниться.
- г. Зміни середньої передбачити не можна.

6. «Для визначення середньої швидкості пробігу автомобіля за одну годину за даними про швидкість пробігу п'ятих автомобілів на трасі однакової довжини варто застосувати формулу середньої. . . «

- а. Арифметичної простій.
- б. Арифметичної зваженої.
- в. Гармонійної простій.
- г. Гармонійної зваженої.

7. «Якщо частоти всіх значень ознаки зменшити на 10 одиниць, то середня....»

- а. Зменшиться на 10.
- б. Зменшиться у 10 разів.
- в. Не зміниться.
- г. Зміни середньої передбачити неможливо.

8. «Середня геометрична розраховується за формулою...»

- а.
$$\bar{x} = \sqrt[n]{x_1 x_2 x_3 \dots x_n} = \sqrt[n]{\prod_1^n x_i},$$
- б.
$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$
- в.
$$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$$
- г.
$$\bar{x} = \frac{n}{\sum (1/x)}$$

9. Існують наступні типи шкал вимірювання:

- а. Рангова.

- б. Атрибутивна.
- в. Номінальна.
- г. Періодична.
- д. Метрична.

10. За способом обчислення розрізняють показники:

- а. Інтервальні.
- б. Первинні.
- в. Адитивні.
- г. Похідні.
- д. Моментні.

11. Відносні величини координації – це:

- а. Відношення між розмірами частини й цілого.
- б. Відношення окремих частин сукупності до однієї з них.
- в. Відношення показників, що характеризують різні об'єкти та мають одну тимчасову визначеність.
- г. Відношення фактичного рівня показника до його нормативного рівня.

12. Середня арифметична має властивості:

- а. Алгебраїчна сума відхилень всіх варіант від середньої дорівнює сумі частот.
- б. Сума квадратів відхилень варіант від середньої арифметичної є мінімальною.
- в. Значення середньої залежить від значень варіант.
- г. Значення середньої залежить не від абсолютних значень ваг, а від пропорцій між ними.

13. «Відносні величини структури характеризують...»

- а. Співвідношення двох різнойменних показників, що знаходяться у певному взаємозв'язку.
- б. Склад явища і показують, яку питому вагу в загальному підсумку складає кожна його частина.
- в. Співвідношення окремих частин явища, що входять у його склад, із яких одна приймається за базу порівняння.
- г. Співвідношення двох однойменних показників, що відносяться до різних об'єктів або територій за той самий період часу.

14. Багатовимірна середня розраховується за формулою:

$$\text{а. } D_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_{i,st}} \quad \text{б. } \overline{P}_j = \frac{\sum_{i=1}^m P_{ij}}{m}, \quad \text{в. } \overline{P}_j = \sum_{i=1}^m P_{ij} d_i \quad \text{г. } \overline{D}_j = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^m x_{ij}^{n_j}}$$

15. Розрахунок за формулою середньо гармонійної застосовують у тих випадках, коли:

- а. Усередненню підлягають прямі показники.
- б. Усередненню підлягають оберненні показники.

- в. Визначальна властивість сукупності формується як добуток індивідуальних значень ознаки
- г. Необхідна стандартизація показників.

Запитання до самоконтролю:

1. Поясніть суть статистичного показника та його роль у статистичному аналізі.
2. Як ви розумієте «адекватність показника», «модель показника»?
3. Види статистичних показників.
4. Дайте визначення абсолютних показників, назвіть групи їх вимірників та умови застосування. Наведіть приклади.
5. Яка відмінність між натуральними та умовно натуральними вимірниками абсолютних величин? Наведіть приклади.
6. Які аналітичні функції виконують відносні величини? Чи можна порівняти різнойменні показники?
7. Як класифікують відносні величини?
8. Яка відмінність між процентом і процентним пунктом, між промілле і продецимілле? Коли ці характеристики використовуються?
9. Розкрийте сутність та умови використання середніх величин. Наведіть розрахункові формули різних форм середніх.
10. Чому середню розглядають як типовий рівень ознаки в сукупності?
11. Які види середніх найчастіше використовують у статистичному аналізі? Що є критерієм вибору виду середньої?
12. Що є визначальною властивістю середньої арифметичної? Коли використовують середню арифметичну просту, а коли середню арифметичну зважену?
13. Чи тотожні поняття «частота» та «вага»? Як визначити наявність чи відсутність ваг?
14. Назвіть основні властивості середньої арифметичної.
15. Викладіть метод розрахунку середньої засобом відрахування від умовного нуля.
16. У яких випадках використовують розрахунок середньої багатомірної. Наведіть методику її розрахунку.

Література: /1/, с. 41-59;/2/, с. 15-24, с. 48-58; /3/, с. 20-34

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 4 «АНАЛІЗ РЯДІВ РОЗПОДІЛУ»

Мета заняття: засвоєння методики проведення аналізу закономірностей розподілу.

В результаті виконання практичного заняття студент:

- **повинен знати** визначення ряду розподілу та види рядів розподілу; поняття елементів ряду розподілу, поняття кумулятивних частот та розподільчих середніх; значення та умови розрахунку характеристик варіації, у тому числі види та взаємозв'язок дисперсій; показники, що характеризують форму розподілу; поняття кривих розподілу та методи перевірки гіпотез про відповідність емпіричного та теоретичного розподілів;

- **повинен мати уяву** про способи визначення типового рівня ознаки та вимірювання її варіації; оцінювання особливостей варіації та ступеня відхилення від симетрії; про можливості оцінювання нерівномірності розподілу значень ознаки між окремими елементами сукупності; способи перевірки статистичних гіпотез.

- **повинен вміти:** визначати природу ряду розподілу та його частотні характеристики; розраховувати характеристики центра розподілу та аналізувати одержані величини; визначати та аналізувати характеристики варіації та форми розподілу, проводити перевірку статистичних гіпотез про відповідність емпіричного та теоретичного розподілів;

- **повинен мати навички:** розрахунку та аналізу показників, що характеризують закономірності розподілу.

План заняття

1. Розгляд закономірностей розподілу.
2. Визначення характеристик центра розподілу.
3. Визначення характеристик варіації.
4. Визначення характеристик форми розподілу.
5. Розрахунок дисперсій, їх аналіз, вивчення їх взаємозв'язку.
6. Перевірка статистичних гіпотез про відповідність емпіричного та теоретичного розподілів.

Методичні вказівки

Центром тяжіння будь-якої статистичної сукупності є типовий рівень ознаки. Такою характеристикою є *середня величина* $\bar{X}$. За даними ряду розподілу середня обчислюється як арифметична зважена (вагами є частоти f_j або частки d_j):

$$\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^m x_j f_j}{\sum_{j=1}^m f_j}, \quad \bar{x} = \sum_{j=1}^m x_j d_j,$$

де j — номер групи;

m — число груп.

Окрім типового рівня важливе значення має домінанта або мода. *Мода (Mo)* - це та варіанта, яка частіше за все повторюється у ряді розподілу. В інтервальному ряді мода визначається за формулою

$$Mo = x_0 + h \frac{(f_m - f_{m-1})}{(f_m - f_{m-1}) + (f_m - f_{m+1})}$$

де x_0 - нижня межа модального інтервалу,

h, f_m - ширина й частота модального інтервалу,

f_{m-1}, f_{m+1} - частота інтервалів, що передують та подальший щодо модального

Характеристикою центра розподілу вважається також медіана.

Медіана (Me) - це варіанта, яка ділить ранжируваний ряд на дві рівні за чисельністю частини. При визначенні медіани за даними ряду розподілу використовують кумулятивні частоти. Слід встановити порядковий номер центральної варіанти та потім по ряду кумулятивних частот визначити, в якій групі знаходиться даний номер. В інтервальному ряді розподілу аналогічно визначається медіанний інтервал. Конкретне значення медіани визначається за формулою

$$Me = x_0 + h \frac{\frac{\sum f}{2} - S_{m-1}}{f_m}$$

де x_0 - нижня межа медіанного інтервалу,

h - ширина медіанного інтервалу,

S_{m-1} - кумулятивна частота інтервалу, що передуює медіанному,

f_m - частота медіанного інтервалу.

Для вимірювання та оцінювання варіації використовуються абсолютні та відносні характеристики: розмах варіації, середнє лінійне та середнє квадратичне відхилення, дисперсії; коефіцієнти варіації. *Розмах варіації* - це різниця між найбільшим та якнайменшим значеннями ознаки. Квартильний розмах охоплює 50% обсягу сукупності. Формули узагальнюючих характеристик варіації наведено в таблиці нижче

Таблиця - Розрахунок узагальнюючих характеристик варіації

Показник	Середнє відхилення	
	лінійне	квадратичне
За даними: - незгрупованими	$\bar{l} = \frac{\sum_{i=1}^n x - \bar{x} }{n}$	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x - \bar{x})^2}{n}}$
- згрупованими	$\bar{l} = \frac{\sum_{j=1}^m x_j - \bar{x} f_j}{\sum_{j=1}^m f_j}$	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^m (x_j - \bar{x})^2 f_j}{\sum_{j=1}^m f_j}}$

При порівнянні варіації різних ознак або варіації однієї ознаки в різних сукупностях використовують відносні характеристики - коефіцієнти варіації.

Коефіцієнти варіації розраховують за формулами:

- лінійний

$$V_{\bar{l}} = \bar{l} / \bar{x};$$

- квадратичний

$$V_{\sigma} = \sigma / \bar{x};$$

- осциляції

$$V_R = R / \bar{x};$$

- кuartильный

$$V_Q = \frac{R_Q}{2 Me} \quad ($$

Аналіз закономірностей розподілу передбачає оцінювання ступеня однорідності сукупності, асиметрії та ексцесу розподілу. Комплексне оцінювання асиметрії та ексцесу виконується на базі моментів розподілу. *Момент розподілу* - це середня арифметична k -го ступеню відхилення $(x-a)$. Залежно від величини a моменти розділяють на *початкові* $a=0$, *центральні* $a=x$ та *умовні* $a=x_0$. Ступінь k визначає порядок моменту.

Початковий момент k -го порядку виражається формулою:

$$M_k = \frac{\sum x^k f}{\sum f}$$

Центральний момент k -го порядку виражається формулою:

$$m_k = \frac{\sum (x - \bar{x})^k f}{\sum f}$$

Умовний момент k -го порядку виражається формулою:

$$m_k^* = \frac{\sum (x - x_0)^k f}{\sum f}$$

Для порівняння ступеня асиметрії різних розподілів використовується стандартизований момент $As = m_3 / \sigma^3$, званий також *коефіцієнтом асиметрії*. Для вимірювання ексцесу використовують стандартизований момент 4-го порядку $E = m_4 / \sigma^4$. Розрахунок центральних моментів m_3 і m_4 за даними інтервального ряду розподілу доцільно проводити за формулами:

$$m_3 = \frac{\sum \left(\frac{x - \bar{x}}{h} \right)^3 * f}{\sum f} * h^3;$$

$$m_4 = \frac{\sum \left(\frac{x - \bar{x}}{h} \right)^4 * f}{\sum f} * h^4$$

де h - ширина інтервалу або будь-яке число,
 f - частота або частість інтервалу.

Особливе місце у статистичному аналізі соціально-економічних явищ посідає дисперсія, або середній квадрат відхилення σ^2 . Залежно від даних вона може бути простою та зваженою:

- для незгрупованих даних

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

- для згрупованих

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{j=1}^m (x_j - \bar{x})^2 f_j}{\sum_{j=1}^m f_j}$$

Більш зручно проводити розрахунки дисперсії за формулою різниці квадратів:

$$D = \sigma^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2$$

Дисперсія альтернативної ознаки обчислюється як добуток часток:

$$\sigma^2 = d_1 d_0,$$

де d_1 — частка елементів сукупності, яким властива ознака,

d_0 — частка решти елементів ($d_0 = 1 - d_1$).

Доцільно дисперсію розраховувати по спрощуючій обчислення формулі, званій «відліком від умовного нуля»:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^m \left(\frac{x_i - x_0}{k} \right)^2 f_i}{\sum f_i} * k^2 - (\bar{x} - x_0)^2$$

де k й x_0 - довільні постійні.

Центром розподілу сукупності в цілому є загальна середня

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} \quad \text{або} \quad \bar{y} = \frac{\sum y_i f_i}{\sum f_i}$$

центром розподілу в j -й групі — групова середня

$$\bar{y}_j = \frac{\sum y}{f_j} \quad \text{або} \quad \bar{y}_j = \frac{\sum y_i f_i}{f_j}$$

де $f_j = \sum f_i$ - обсяг групи j .

Відхилення індивідуальних значень ознаки y від загальної середньої $\bar{y}$ можна подати як дві складові: $(y - \bar{y}) = (y - \bar{y}_j) + (\bar{y}_j - \bar{y})$. Узагальнюючими характеристиками цих відхилень є дисперсії: загальна, групова та міжгрупова.

Загальна дисперсія характеризує варіацію ознаки y навколо загальної середньої:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (y - \bar{y})^2}{n} \quad \text{або} \quad \sigma^2 = \frac{\sum f_i (y_i - \bar{y})^2}{n}$$

Групова дисперсія характеризує варіацію відносно групової середньої:

$$\sigma_j^2 = \frac{\sum (y - \bar{y}_j)^2}{f_j} \quad \text{або} \quad \sigma_j^2 = \frac{\sum f_i (y_i - \bar{y}_j)^2}{f_j}$$

Узагальнюючою мірою внутрішньогрупової варіації є *середня з групових дисперсій*:

$$\overline{\sigma^2} = \frac{\sum_1^m \sigma_j^2 f_j}{\sum_1^m f_j}.$$

Мірою варіації групових середніх навколо загальної середньої є *міжгрупова дисперсія*

$$\delta^2 = \frac{\sum_1^m (\bar{y}_j - \bar{y})^2 f_j}{\sum_1^m f_j}.$$

Взаємозв'язок дисперсій називається *правилом (теоремою) розкладання дисперсії (варіації)*:

$$\sigma^2 = \overline{\sigma^2} + \delta^2.$$

Аналіз закономірностей розподілу можна поглибити, якщо описати його певною функцією, яка називається *теоретичною кривою* та яка описує закономірність співвідношення варіант та частот. Найпоширенішою є нормальна крива. Для цього проводиться перевірка статистичної гіпотези про відповідність емпіричного розподілу нормальному. Цю перевірку можна проводити з використанням різних критеріїв, наприклад Пірсона або Колмогорова. По-перше, слід визначити частоти нормального розподілу. Частоти, що відповідають теоретичній кривій, називають теоретичними. Для нормального розподілу їх визначають за формулою

$$f' = np_i = n (F_{(xi)} - F_{(xi-1)})$$

де ***n*** - обсяг сукупності,

p_i - оцінка імовірності влучення до інтервалу.

F_(x) - функція нормального розподілу.

Функція ***F_(x)*** базується на стандартизованих відхиленнях

$$t_{i-1} = \frac{x_{i-1} - \bar{x}}{\sigma};$$

$$t_i = \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma}$$

де ***x_i***, ***x_{i-1}*** - відповідно верхня і нижня межа інтервалу,

σ - середнє квадратичне відхилення.

Статистичну характеристику критерію ***χ²*** визначають за формулою

$$\chi^2 = \sum \frac{(f - f')^2}{f'}$$

Фактичне значення χ^2 порівнюють з критичними для імовірності $1-\alpha$ (де α - досить мала величина, наприклад 0,01; 0,05; 0,1) та числа ступенів свободи k ($k = m - 3$). Критичне значення $\chi^2_{1-\alpha}(k)$ - максимально можливе значення χ^2 за умови випадкового походження відхилень $(f - f')$. Якщо фактичне значення перевищує критичне $\chi^2 > \chi^2_{1-\alpha}(k)$, то відхилення між емпіричними і теоретичними частотами варто вважати істотними.

Визначення критерію Колмогорова λ засновано на зіставленні сум накопичених емпіричних та теоретичних частот й проводиться за формулою

$$\lambda = \frac{D}{\sqrt{n}}$$

де D - максимальне (по абсолютній величині) значення різниці між накопиченими емпіричними та теоретичними частотами,

$n = \sum f$ - обсяг сукупності або сума емпіричних частот.

Надалі проводиться порівняння λ з критичним значенням для вірогідності $P(\lambda)$. Якщо критичне значення більше розрахункового, то емпіричний розподіл відповідає теоретичному.

Практичні завдання та вправи

1. Терміни корисного використання нематеріальних активів фірми, захищених патентами, ліцензіями тощо, на кінець року становили:

Термін використання, років	1	2	3	4	5	6	Разом
У % до загальної суми нематеріальних активів	2,6	10,2	39,2	40,0	6,8	1,2	100

Визначіть ряд кумулятивних часток, медіану і моду терміну корисного використання нематеріальних активів фірми.

2. Кредитні ставки комерційних банків під короткострокові позики становили:

Кредитна ставка, %	Суми наданих позик, млн грн.	
	I квартал	II квартал
До 10	1	5
10 — 20	4	11
20 — 30	9	8
30 і більше	6	6
Разом	20	30

За кожний квартал визначіть середню кредитну ставку та середнє лінійне відхилення. Як змінилися середній рівень і варіація кредитної ставки?

3. Прибутковість активів комерційних банків на початок року становила в середньому 15% при дисперсії 36, на кінець року — 10% при дисперсії 25. Оцініть відносну варіацію прибутковості активів на початок і кінець року, зробіть висновок про напрямок зміни середньої і варіації.

4. Частка високоліквідних активів у сумі поточних активів становить 20%. Визначіть дисперсію частки високоліквідних активів.

5. Визначите моду та медіану на підставі розподілу сімей по кількості дітей, яких вони мають:

Кількість дітей у сім'ї	1	2	3	4	5	6	Разом
Кількість сімей	10	40	30	10	7	4	101

6. За даними про розподіл 100 робочих по денному виробітку продукції визначите моду та медіану. Зробіть висновки.

Денний виробіток, нат. од.	40-44	44-48	48-52	52-56	56-60	Разом
Кількість робочих, % до підсумку	12	28	36	16	8	100

7. Визначите модальний та медіанний вік одиноких чоловіків за даними перепису населення:

Вік, років	до 20	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69	70 і більше	Разом
Частка вікової групи, %	4,9	20,1	15,5	15,2	17,0	13,0	14,3	100

8. За даними статистичного вивчення потоків покупців в один з днів роботи універмагу визначите моду. Зробіть висновки.

Часи роботи універмагу	до 11	11-13	13-15	15-17	17-19	19 та пізніше	Разом
Кількість покупців, % до підсумку	6	10	14	18	30	22	100

9. За даними о пробігу автомобілів від гаражів до бензоколонки визначите медіану. Зробіть висновки.

Відстань, м	до 500	500-700	700-900	900-1100	1100 та більше	Разом
Кількість автомобілів, % до підсумку	7	19	30	26	18	100

10. За даними екзаменаційної сесії одного курсу студентів одержано такий розподіл оцінок за балами:

Бал оцінки знань	2	3	4	5	Разом
Кількість оцінок, що одержали студенти	6	75	120	99	300

Визначите моду та медіану.

11. Розрахуйте середню, модальну та медіанну величину виробітку продукції за зміну робочого по видобутку за результатами вибіркового обстеження:

Виріток продукції за зміну, т/люд.-зміну	до 5	5-7	7-9	9-11	11-13	13-15	Разом
Кількість робочих	12	25	34	40	52	37	200

12. Робітники однієї з ділень підприємства розподілені за розрядами наступним чином:

Тарифний розряд	1	2	3	4	5	6	Разом
Чисельність робітників, чол.	15	15	25	25	10	10	100

Визначите середнє лінійне відхилення та відповідний коефіцієнт варіації. Зробіть висновки.

13. Вік робітників бригади становить відповідно 28, 30, 31, 46, 47, 48 та 50 років. Визначите розмах варіації та коефіцієнт осциляції, середнє лінійне відхилення та лінійний коефіцієнт варіації.

14. За даними про розподіл 20 підприємств галузі промисловості за вартістю основних фондів визначите дисперсію вартості основних фондів на підприємствах трьома способами.

Група підприємств за вартістю основних фондів, млн. грош. од.	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	Разом
Кількість підприємств	2	3	5	6	4	20

15. Визначите дисперсію продуктивності праці за вибірковими даними

Місячна продуктивність праці, нат. од./людину	31	33	34	35	36	Разом
Чисельність робочих, чол.	650	600	350	300	100	2000

16. Розподіл 30 шахт області за потужністю вугільних пластів характеризується наступними даними

Групи шахт за потужністю пласта, см	до 85	85-105	105-125	125 та більше
Кількість шахт	6	11	8	5

Визначите середнє лінійне відхилення потужності вугільних пластів.

17. Наведено дані про розмір добового видобутку вугілля із забою шахти

Добовий видобуток, т	до 150	150-200	200-250	250-300	300 та більше	Разом
Кількість забоїв	8	14	35	26	17	100

Для виміру варіації добового видобутку використовуйте середнє лінійне відхилення та коефіцієнт варіації. Поясніть економічний зміст цих показників.

18. Розподіл робітників по розміру виробітку продукції за зміну характеризується даними

Вирібок продукції, нат. од.	до 55	55-65	65-75	75-85	85-95	95-105	Разом
Чисельність робітників	5	15	20	35	15	10	100

Визначите середнє лінійне відхилення розміру виробітку продукції за зміну та на його підставі коефіцієнт варіації, середнє квадратичне відхилення та відповідний коефіцієнт варіації. Поясніть різницю в показниках варіації.

19. Визначите середню величину загальних постійних витрат підприємства, їх середнє квадратичне відхилення та відповідний коефіцієнт варіації за даними таблиці.

Таблиця - Загальна величина постійних витрат підприємства за місяць, тис. грн.

Місяць	Постійні витрати, тис. грн.	Місяць	Постійні витрати, тис. грн.
Січень	1 234	Липень	1 779
Лютий	1 465	Серпень	1 702
Березень	1 955	Вересень	1 793
Квітень	1 592	Жовтень	1 913
Травень	1 499	Листопад	1 492
Червень	1 777	Грудень	1 382

Зробіть висновки про однорідність вихідних даних.

20. Наведено розподіл робітників дільниці за величиною стажу роботи

Стаж роботи, років	до 2	2-5	5-8	8 та більше	Разом
% до підсумку	13	17	28	42	100

Розрахуйте середній стаж роботи робітників дільниці, дисперсію стажу роботи, а також дисперсію частки робітників, що мають стаж більше 8 років. Зробіть висновки.

21. Склад робітників підприємства за віком на початок року характеризується даними

Вік, років	до 20	20-30	30-40	40-50	50-60	60 та більше	Разом
Чисельність робітників, % до підсумку	0,4	15,3	20,1	24,7	19,8	19,7	100

Визначите: середній вік робітників, дисперсію, середнє квадратичне відхилення, квадратичний коефіцієнт варіації. Поясніть зміст характеристик варіації, що розраховуються.

22. У результаті контролю якості з 1000 готових виробів 20 виробів виявились бракованими. Визначите середнє значення частки браку та його середнє квадратичне відхилення.

23. Визначити дисперсію ознаки за даними про розподіл робітників підприємства за фахом

Таблиця - Вихідні дані

Фах	Кількість робітників, % до підсумку	
	Дільниця 1	Дільниця 2
Прохідник	26	37
Робочий очисного вибою	68	44
Електрослюсар	6	19
Разом	100	100

24. За даними хронометражних обстежень затрати часу на обробку деталі на різних стругальних верстатах становили, хв:

у I зміну — 26, 24, 23, 28, 25, 24;

у II зміну — 28, 30, 29, 33.

Визначіть групові, міжгрупову та загальну дисперсії затрат часу на обробку деталі. Покажіть взаємозв'язок дисперсій.

25. Визначите групові, середню з групових, міжгрупову та загальну дисперсії за даними про розподіл робітників за рівнем місячної продуктивності праці. Дільниці №№ 1-3 – характеризуються низьким рівнем механізації основних та допоміжних виробничих процесів, №№ 4-6 – високим рівнем механізації.

Таблиця - Вихідні дані

Номер дільниці	Місячна продуктивність праці, нат. од./ людину	Чисельність, чол.
1	20	100
2	22	50
3	25	50
4	30	100
5	35	150
6	40	50
Разом	x	500

26. За даними, що одержані при вивченні впливу стажу роботи на продуктивність праці робітників, визначите варіацію продуктивності праці за рахунок змін стажу роботи та загальну варіацію ознаки.

Таблиця - Вихідні дані

Група за стажем праці, років	Кількість робітників у групі, чол.	Середній виробіток робочого за годину, умовн. од.	Дисперсія виробітку у групі
до 5	30	20,0	3,0
5 та більше	40	23,0	2,0

27. Кількість однакових одиниць продукції, що виготовлені за зміну робочими 5 та 6 розрядів, характеризується даними таблиці. Визначите варіацію ознаки, що обумовлена різницею у кваліфікації, варіацію за рахунок інших факторів та загальну варіацію ознаки.

Таблиця - Випуск продукції

Робітники 5 розряду		Робітники 6 розряду	
Порядковий номер робітника	Кількість одиниць продукції	Порядковий номер робітника	Кількість одиниць продукції
1	8	1	9
2	8	2	9
3	9	3	10
4	11	4	10
		5	12
		6	13
Разом	36	Разом	63

28. Визначите середню кількість одиниць обладнання, що обслуговується одним електрослюсарем (розрахував групові середні) за даними про розподіл електрослюсарів за кількістю одиниць обладнання, що обслуговується.

	1-ша група			2-га група		
Кількість одиниць обладнання, що обслуговується	3	4	5	6	7	8
Чисельність електрослюсарів, чол.	10	70	60	35	20	5

29. За даними про розподіл одного з видів обладнання підприємства за строком експлуатації визначите:

- дисперсію строку експлуатації обладнання, середнє квадратичне відхилення та відповідний коефіцієнт варіації;
- дисперсію частки обладнання, що має строк експлуатації до 8 років.

Строк експлуатації обладнання, років	до 4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14 та більше	Разом
Кількість одиниць обладнання	6	10	70	47	35	20	12	200

30. За даними попереднього завдання описати закономірність розподілу обладнання за строком експлуатації. Для цього визначите характеристики форми розподілу: асиметрію та ексцес, теоретичні частоти нормального розподілу. Зробіть перевірку відповідності емпіричного розподілу теоретичному за допомогою критерію Пірсона та критерію Колмогорова. Зробіть висновки.

31. Розподіл підприємств за розміром середньодобового випуску продукції характеризується наступними даними (тис. нат. од.)

Середньодобовий випуск продукції	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	20 та більше	Разом
Кількість підприємств	1	6	27	21	20	11	7	6	1	100

Використав функцію нормального розподілу, визначите теоретичні частоти розподілу підприємств за розміром середньодобового випуску продукції та за допомогою критерію Пірсона перевірте, чи узгоджується він з нормальним розподілом. Висновки зробіть з імовірністю 0,9.

32. Дати оцінку близькості емпіричного та теоретичного розподілів за допомогою критерію узгодженості Колмогорова за даними таблиці:

Таблиця - Вихідні дані

Номер варіанту	Частоти	
	емпіричні	теоретичні
1	2	1,47
2	8	10,98
3	35	32,28
4	41	36,44
5	9	15,85
6	4	2,70
7	1	0,39

33. Розподіл одержаних підприємствами області кредитів за їх розміром характеризується наступними даними:

Розмір кредиту, тис. грош. од.	до 500	500-800	800-1100	1100-1400	1400-1700	1700-2000	2000 та більше
Кількість кредитів	8	30	92	146	86	32	6

За допомогою критерію узгодженості Пірсона дати оцінку відповідності емпіричного розподілу нормальному з імовірністю 0,95 та зробити висновки.

34. За даними середньодобового видобутку вугілля з очисного вибою та використав функцію нормального розподілу, розрахуйте теоретичні частоти та за допомогою критерію узгодженості Колмогорова дайте оцінку відповідності емпіричного розподілу теоретичному з імовірністю 0,95:

Середньодобовий видобуток вугілля, т	до 500	500-600	600-700	700-800	800-900	900-1000	більше 1000
Кількість вибоїв	16	64	138	126	85	40	31

35. Виробіток продукції за зміну (нат. од.) робітниками підприємства становить:

Виробіток продукції за зміну	до 10	10-14	14-18	18-22	22-26	26-30	більше 30
Кількість робітників, чол.	8	60	104	126	58	36	6

Використав функцію нормального розподілу, розрахуйте теоретичні частоти та за допомогою критерію узгодженості Пірсона, перевірте відповідність емпіричного розподілу теоретичному з імовірністю 0,95.

Запитання до самоконтролю:

1. Як виявляється закономірність розподілу?
2. Назвіть особливості частотних характеристик розподілу.
3. Чому саме середню розглядають як типовий рівень ознаки в сукупності? Як співвідноситься середня з іншими характеристиками центра розподілу?
4. Середня величина ознаки у двох сукупностях однакова. Чи може бути різною варіація цієї ознаки?
5. Що називають модою та медіаною ряду розподілу?
6. Викладіть засоби розрахунку та умови використання розподільчих середніх.
7. Квартилі та децилі для рядів розподілу.
8. Розкрийте сутність та назвіть основні характеристики варіації Наведіть засоби їх визначення.
9. Розкрийте необхідність вивчення варіації при статистичному аналізі.
10. Квадратичний коефіцієнт варіації витрат домогосподарств на харчування становить 79%. Чи можна вважати однорідною сукупність домогосподарств за цією ознакою?
11. Абсолютні показники варіації та їх економічне тлумачення.
12. Відносні показники варіації та їх економічне тлумачення.
13. Дайте визначення дисперсії, назвіть її основні властивості.
14. Викладіть методи розрахунку дисперсії, в тому числі засобом відрахування від умовного нуля.

15. В чому полягає правило розкладання дисперсій та суть складових загальної дисперсії.

16. Дайте визначення моменту розподілу. Наведіть приклади моментів різного порядку та розкрийте їх зміст.

17. Визначте поняття кривої розподілу та дайте загальне поняття про перевірку статистичних гіпотез про відповідність емпіричного та теоретичного розподілів.

18. Поняття асиметрії та ексцесу. Способи їх оцінювання.

19. Викладіть методику перевірки статистичної гіпотези про відповідність емпіричного та теоретичного розподілу з використанням коефіцієнтів асиметрії та ексцесу.

20. Викладіть методику перевірки статистичної гіпотези про відповідність емпіричного та теоретичного розподілу за допомогою критерію узгодженості Пірсона.

21. Викладіть методику перевірки статистичної гіпотези про відповідність емпіричного та теоретичного розподілу за допомогою критеріїв узгодженості Колмогорова, Романівського.

Література: /1/, с.60-81; /2/, с.61-77; /3/, с.34-52.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 5 «ВИБІРКОВИЙ МЕТОД»

Мета заняття: засвоєння методики проведення статистичного аналізу за даними вибірових обстежень.

В результаті виконання практичного заняття студент:

- **повинен знати** сутність та види вибірового обстеження, умови його застосування; можливості оцінки генеральної дисперсії по виправленій вибіровій; вибірові оцінки середньої та частки; різновиди вибірок та умови їх застосування, способи розширення вибірових даних;

- **повинен мати уяву** про особливості повторного та неповторного відбору, помилки вибірового обстеження; статистичні (вибірові) оцінки невідомого параметра теоретичного розподілу; вимоги до вибірових оцінок; довірчий інтервал для параметру, що оцінюється; можливості визначення необхідного обсягу вибірки.

- **повинен вміти:** визначати середню та граничні помилки для відомих різновидів вибірки та довірчий інтервал при визначеному рівні імовірності; використовувати необхідні статистичні таблиці законів розподілу при визначенні довірчих меж оцінок; визначати коефіцієнти варіації вибірових оцінок та проводити аналіз за їх величиною; визначати необхідний обсяг вибірки для різних способів відбору та поширювати одержані вибірові дані.

- **повинен мати навички:** проведення статистичного аналізу за даними вибірових обстежень.

План заняття

1. Визначення сутності вибірового спостереження та засобів складання вибірки.
2. Визначення вимог до вибірових оцінок та можливостей оцінки генеральної дисперсії по виправленій вибіровій.
3. Розгляд вибірових оцінок середньої та частки, поняття довірчого інтервалу та засобів його розрахунку.
4. Визначення особливостей розрахунку вибірових оцінок для різновидів вибірок та засвоєння методики їх розрахунку.
5. Визначення обсягу вибірки та засвоєння способів розширення вибірових даних.

Методичні вказівки

Вибіркове спостереження — такий вид несущільного спостереження, при якому обстежуються не всі елементи сукупності, що вивчається, а лише певним чином дібрана їх частина. При вивченні певного кола соціально-економічних явищ вибірове спостереження єдино можливе. *Повторною* називають вибірку, при якій відібраний об'єкт (перед відбором наступного) повертається в генеральну сукупність. *Бесповторною* називають вибірку, при якій відібраний об'єкт в генеральну сукупність не повертається.

При організації вибірового обстеження важливо уникнути систематичних помилок. Незсуненість — одна з вимог до будь-якої вибірової оцінки. Відомо, що вибірова дисперсія є зсуненою оцінкою σ_a^2 .

Легко «виправити» вибірову дисперсію

$$s^2 = \sigma_z^2 = \sigma^2 \frac{n}{n-1}$$

У статистиці використовують два типи оцінок параметрів генеральної сукупності — точкові та інтервальні. *Точкова оцінка* — це значення параметра за даними вибірки: вибірова середня $\bar{x}$ та вибірова частка d_1 . *Інтервальною оцінкою* називають інтервал значень параметра, розрахований за даними вибірки для певної ймовірності, тобто *довірчий інтервал*.

Межі довірчого інтервалу визначаються на основі точкової оцінки та *граничної помилки вибірки* $\Delta = t\mu$:

- для середньої

$$\bar{x} - t\mu \leq \bar{x}_a \leq \bar{x} + t\mu ;$$

- для частки

$$d_1 - t\mu \leq p \leq d_1 + t\mu,$$

де μ — стандартна (середня) помилка вибірки;

t — квантиль розподілу ймовірностей (коефіцієнт довіри, що відповідає ймовірності γ).

Під *середньою помилкою* вибірки розуміють таку розбіжність середньої вибіркової та генеральної сукупностей, яке не перевищує $\pm \sigma_2$.

Граничною помилкою вибірки прийнято вважати максимально можливу розбіжність $(\bar{x}_g - \bar{x}_2)$.

Довірче число t показує, як співвідносяться гранична та стандартна помилки.

Величина стандартної помилки залежить від обсягу вибірки та при достатньо великому обсязі вибірки n її можна визначити за формулою

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

При малих вибірках ($n < 30$) в формулу помилки вибірки вноситься поправка $n/(n-1)$. Тобто

$$\mu_{mv} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n-1}}$$

Тоді

$$\Delta_{\hat{a}} = t^* \mu_{\hat{a}}$$

Розмір граничної помилки середньої величини та частки обчислюється по наступних формулах для відбору:

- повторного

$$\Delta = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$$

- бесповторного

$$\Delta = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} (1 - D)}$$

Якщо при вибіркового спостереженні вивчається альтернативна ознака, то стандартна помилка визначається за формулою

$$\mu = \sqrt{\frac{d(1-d)}{n}}$$

Гранична помилка вибірки для альтернативної ознаки визначається по формулах, аналогічних приведеним вище для кількісної ознаки.

В статистичному аналізі часто виникає потреба в порівнянні помилок вибірки різних ознак або однієї й тієї ж ознаки в різних сукупностях. Таке порівняння здійснюють за допомогою коефіцієнтів варіації вибірових оцінок

$$V_{\Delta} = \frac{t\mu}{\bar{x}_e} * 100 \quad \text{або} \quad V_{\Delta} = \frac{tV_x}{\sqrt{n}} * 100$$

де $V_x = \sigma/\bar{x}_e$ - коефіцієнт варіації ознаки x .

Для альтернативної ознаки $V_{\Delta} = \frac{t\mu}{d} * 100$

Найбільш вживаними способами відбору є: простий випадковий, систематичний, типовий, серійний, багатоступеневий, багатофазний. *Простий випадковий відбір* здійснюють за допомогою жеребкування або таблиць випадкових чисел. *При систематичному (механічному) відборі* основа вибірки — упорядкована множина елементів сукупності. Помилку систематичної вибірки визначають за формулою простої випадкової неповторної вибірки.

Типовий (районуючий) відбір - це спосіб формування вибірки з урахуванням структури генеральної сукупності. Помилка типової вибірки дорівнює

$$\Delta = t^* \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} (1 - D)}$$

Щоб забезпечити більшу точність типової вибірки необхідно обґрунтувати: ознаку розділення сукупності на групи; число складових частин m ; обсяг типових груп n_j ; спосіб відбору.

При серійному відборі одиниця основи вибірки — серія елементів. Серії складаються з одиниць, які пов'язані або територіально (райони, селища), або організаційно (фірми, акціонерні товариства). При визначенні помилки вибірки враховують міжсерійну (міжгрупову) варіацію:

- при повторному відборі серій

$$\Delta = t^* \sqrt{\frac{\delta^2}{s}}$$

- при неповторному відборі серій

$$\Delta = t^* \sqrt{\frac{\delta^2}{s} \left(1 - \frac{s}{S}\right)}$$

де S - загальне число серій в генеральній сукупності,

s - число відібраних серій,

δ^2 - міжсерійна (міжгрупова) дисперсія.

Іноді поєднуються різні способи відбору. Таке поєднання можливе в рамках *багатоступеневої вибірки*. Стандартна помилка багатоступеневої вибірки визначається за формулою

$$\mu = \sqrt{\mu_1^2 + \frac{\mu_2^2}{n_1} + \frac{\mu_3^2}{n_1 n_2} + \dots}$$

де $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_j$ - стандартні помилки на різних ступенях

$n_1, n_2, \dots, n_j$ - чисельність вибірок на відповідних ступенях відбору (до багатокрапки визначена середня помилка триступінчатої вибірки).

Якщо обстежують сукупність за двома й більше ознаками, які різняться варіацією, ефективною є *багатофазна вибірка*. Суть її в тому, що для різних ознак формуються вибіркові сукупності різного обсягу.

В практиці досліджень останнім часом використовують *моментні спостереження*, які використовуються при вивченні процесів. Суть їх — у періодичній фіксації стану процесу на певні моменти часу, які вибирають за схемою випадкової або механічної вибірки (через певні інтервали часу). Помилку моментної вибірки визначають за формулою повторної випадкової вибірки. Оцінюється значення альтернативної ознаки.

У процесі проектування вибіркових спостережень визначають *мінімально достатній обсяг вибірки*, при якому вибіркові оцінки репрезентували б основні властивості генеральної сукупності. Оптимальний обсяг вибірки розраховують:

- для повторного відбору

$$n = \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta^2}$$

- для неповторного

$$n = \frac{t^2 \sigma^2 N}{\Delta^2 N + t^2 \sigma^2}$$

Якщо граничну помилку вибірки замінити коефіцієнтом варіації помилок, то

$$n = \frac{V_x^2 t^2}{V_\Delta^2}$$

де V_x - коефіцієнт варіації ознаки x .

При вивченні альтернативної ознаки (частки p) обсяг вибірки визначається як

$$n = \frac{t^2 pq}{\Delta^2}$$

Кінцева мета будь-якого вибіркового спостереження — поширення його характеристик на генеральну сукупність. Для середньої та частки визначаються межі можливих їх значень у генеральній сукупності з певною ймовірністю — довірчі межі. Якщо метою вибіркового обстеження є визначення обсягових

показників генеральної сукупності — обсягів значень ознаки $\sum_{i=1}^N x_i$, то вибіркова середня поширюється на генеральну сукупність *прямим перерахунком*: $\bar{x}N = \sum_{i=1}^N x_i$.
Коли вибіркове спостереження проводиться з метою уточнення результатів суцільного спостереження, застосовується *метод коефіцієнтів*.

Практичні завдання та вправи

1. В районі міста проживає 2400 сімей. Для встановлення середньої кількості дітей в сім'ї була проведена 2% випадкова неповторна вибірка сімей. В результаті обстеження були отримані такі дані.

Кількість дітей	0	1	2	3	4	5
Кількість сімей	10	20	10	4	2	2

З ймовірністю 0,954 необхідно визначити межі, в яких буде знаходитися середня кількість дітей в сім'ї у генеральній сукупності району міста. Зробити висновки.

2. В районі міста проживають 600 тис. жителів. За матеріалами обліку населення обстежено 60 тис. жителів методом випадкового неповторного відбору. В результаті обстеження вибіркової сукупності виявлено, що в районі міста 20% жителів за віком більше 60 років. З ймовірністю 0,683 визначити межі, в яких знаходиться частка жителів у віці понад 60 років.

3. В районі міста проживає 2200 сімей. У випадку простої неповторної вибірки необхідно визначити середній розмір вибірки при умові, що помилка вибіркової середньої не повинна перевищувати 0,8 сім'ї з ймовірністю 0,950 і середньому квадратичному відхиленні 2,0 сім'ї.

4. В населеному пункті проживає 10000 сімей. При використанні механічної вибірки необхідно визначити частку сімей з чисельністю дітей троє і більше. Якою повинна бути чисельність відбору, щоб з ймовірністю 0,954 помилка вибірки не перевищувала 0,02 сім'ї, якщо на основі попередніх обстежень відомо, що в населеному пункті 20% сімей мають трьох дітей і більше.

5. За рівнем доходу 10 тис. сімей району поділені на 3 групи: 1 група – 1000 сімей; 2 група – 4000 сімей; 3 група – 5000 сімей. Для визначення кількості дітей в сім'ї була проведена 10% типова вибірка з відбором одиниць пропорційно чисельності одиниць типових груп. Всередині груп використовувався метод випадкового відбору. Результати відбору представлені в таблиці.

Групи сімей за рівнем доходу на 1 члена сім'ї	Число сімей в генеральній сукупності	Середнє число дітей в сім'ї, осіб	Середнє квадратичне відхилення, осіб
1	1000	1,8	0,5
2	4000	2,8	2,5
3	5000	2,3	1,2

З ймовірністю 0,997 визначити межі, в яких знаходиться середня кількість дітей в сім'ї у районі.

6. В пункті прийому зерна у господарстві формують партії зерна озимої пшениці для подальшого його сушіння. Для визначення певного режиму роботи зернової сушилки необхідно знати вологість зерна, яка була встановлена протягом дня взяттям 10 проб з автомашин із зерном вибірково. Дані вологості проб зерна ілюструються таблицею

Номер проби	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Вологість зерна, % X_i	18.1	17.4	18.3	17.0	17.7	18.4	17.5	19.0	18.7	17.9

Визначити:

- 1) Середню вологість зерна озимої пшениці за вибірковою сукупністю;
- 2) Середню та граничну помилки вибіркової середньої;
- 3) Межі, в яких з ймовірністю 0,954 перебуває середня вологість зерна у генеральній сукупності.

7. З імовірністю 0,954 визначите межі середньої ваги упаковці чаю для всієї партії, що поступила у торгову мережу, якщо контрольна вибірка перевірка дала наступні результати

Вага, г	48-49	49-50	50-51	51-52	Разом
Кількість упаковок	20	50	20	10	100

8. Рішити попередню задачу при умові, що вибірка складає 25% генеральної сукупності.

9. За даними 19%-ї неповторної вибірки визначите довірчі межі середнього віку робітників та той їх частини, що має намір змінити професію з імовірністю 0,954. Зробіть висновки шляхом зіставлення необхідних показників для двох професій.

Таблиця - Вихідні дані

Показник	Робочий очисного вибою	Прохідник
1. Запитано робітників, чол.	64	25
2. Частка робітників, що має намір змінити професію, %	0,3	0,2
3. Середній вік робітників, років	37	33
4. Дисперсія віку	144	100

10. Проведена 5%-а гніздова вибірка 100 гнізд (серій). З імовірністю 0,997 визначите помилку частки при наступних умовах:

- загальна дисперсія близька до максимальної;
- кореляційне відношення складає 0,8.

11. Визначите границі генеральної середньої по наступним результатам типової вибірки. Розрахунки провести з імовірністю 0,954.

Номер сукупності	Відібрано одиниць	Середня величина ознаки	Дисперсія
1	600	32	400
2	300	36	900

12. Проведено вибіркове обстеження утрат від браку у зв'язку зі складністю виготовлення продукції (див. табл.). Кількість підприємств, що відбиралися, визначалась пропорційно загальному обсягу виробництва відповідного виробу. Визначите:

- середні утрати від браку в розрахунку на одне підприємство та довірчі межі утрат для загального випуску продукції по усім підприємствам з імовірністю 0,954;
- мінімально необхідний обсяг вибірки, при якому помилка з імовірністю 0,954 не буде вищою за 1 одиницю на людину.

Таблиця - Вихідні дані

Вид виробу	Кількість підприємств, що відбиралися	Утрати від браку, нат. од./ людину	Дисперсія утрат від браку
A	10	2	6,4
B	6	7	7,8
C	4	9	10,3

13. З ціллю перевірки якості ламп на електроламповому заводі організовано малу вибірку. У випадковому неповторному порядку відібрано 10 ламп. Результати перевірки наведено у таблиці.

Тривалість горіння, годин	1480	1500	1520	1540	Разом
Кількість ламп	2	4	3	1	10

Визначите довірчий інтервал тривалості горіння ламп з імовірністю 0,95 та імовірність того, що гранична помилка буде не більше двох середніх помилок.

14. За 15 партіями деталей була установлена величина середнього часу межопераційних перерв між суміжними операціями технологічного процесу, яка дорівнює відповідно: 1,47; 0,76; 0,61; 1,26; 0,60; 0,57; 1,37; 0,69; 0,52; 0,61; 0,50; 0,37; 0,47; 0,36; 0,32.

Визначите:

- довірчий інтервал для середньої величини часу перерв з імовірністю 0,99;
- імовірність того, що величина середнього часу межопераційних перерв не вийде за 1 годину.

15. Визначите абсолютні та відносні обсяги індивідуального відбору для дослідження генеральної частки, щоб помилка частки з імовірністю 0,954 не була більшою за 0,02, якщо вибірка проводиться з генеральної сукупності обсягом:

- а) 1 000 од.;
- б) 100 000 од.

16. За даними вибіркового обстеження витрати часу на навантаження вагону шихтою складають, сек.: 104, 113, 110, 108, 105, 97, 103, 111, 119, 100. Визначите середні витрати часу на навантаження вагону шихтою та з імовірністю 0,998 помилку вибірки для середньої.

17. За даними 10%-го обстеження розподіл сімей у районі за кількістю дітей характеризується наступними даними

Кількість дітей	0	1	2	3	4	5	6	Разом
Кількість сімей	6	28	22	19	13	5	7	100

З імовірністю 0,954 визначите помилку вибірки для середньої кількості дітей у сім'ї. Яка повинна бути чисельність вибірки, щоб помилка вибірки зменшилася в 1,5 разу?

18. За даними вибіркового обстеження (20% типова вибірка) підсумок невиробничих витрат підприємств різних галузей промисловості за місяць характеризується наступними величинами

Галузь	Кількість підприємств	Середній підсумок невиробничих витрат за місяць по підприємству галузі, тис. грош. од.	Дисперсія витрат
Галузь 1	36	110	30,8
Галузь 2	64	50	10,4

Визначите для сукупності підприємств, що обстежуються, середню величину невиробничих витрат та з імовірністю 0,954 помилку вибірки. Яка повинна бути чисельність вибірки, щоб помилка вибірки зменшилася в 2 рази?

19.3 метою визначення затрат часу на виготовлення деталі проведено хронометраж роботи випадково дібраних 25 робітників. За даними вибірки середні затрати часу становили 15 хв при $\sigma = 2$ хв. Обчисліть похибку вибірки для середніх затрат часу і визначіть:

а) як зміниться похибка вибірки, якщо обсяг вибіркової сукупності збільшиться в 2,25 рази?

б) як позначиться на похибці вибірки збільшення дисперсії в 1,6 рази?

в) як зміниться похибка вибірки, якщо зі збільшенням дисперсії в 1,21 рази обсяг вибіркової сукупності збільшиться в 2,25 рази?

г) як зміниться похибка вибірки, якщо виконати 19%-ний механічний добір?

д) як зміниться похибка вибірки, якщо виконати розшарований добір (виокремити групи за стажом роботи) і міжгрупова дисперсія витрат часу становитиме 36% загальної?

20. Хімічний аналіз 25 партій молока дав такі результати: а) середній показник кислотності (у градусах Тернера) — 20° при дисперсії 3,24; б) частка партій молока, що відповідають стандарту кислотності (не більш як 21°) — 80%. Визначіть помилки вибірки для середньої і частки з імовірністю 0,954. Скільки партій молока необхідно перевірити, щоб похибки вибірки для середньої і частки з тією самою ймовірністю зменшити вдвічі?

21. За даними пробного вибіркового обстеження роботи ковальсько-пресового обладнання (обсяг вибірки — 16) у першу зміну без простоїв працювало 80% машин. Яка має бути вибірка сукупність, щоб похибка вибірки для частки працюючого без простоїв обладнання з імовірністю 0,954 не перевищила 5%?

22. Скільки треба опитати респондентів, оцінюючи якість готельного обслуговування (задовольняє / не задовольняє), щоб гранична помилка вибірки часток з імовірністю 0,954 не перевищила 5%?

Запитання до самоконтролю:

1. У чому суть вибіркового спостереження? Які його переваги порівняно з іншими видами спостереження?

2. Що означає репрезентативність вибірки? За яких умов вибірка буде репрезентативною?

3. Чому принцип випадковості добору є визначальним при формуванні вибіркової сукупності? Які способи добору забезпечують додержання цього принципу?

4. Що означають поняття генеральної і вибіркової сукупності?
5. Чим відрізняється випадкова помилка репрезентативності від систематичної? Чи можна її уникнути?
6. Як визначити розмір помилки вибірки? Чим відрізняється гранична помилка вибірки від стандартної (середньої)?
7. Назвіть переваги неповторної вибірки перед повторною.
8. У чому полягають особливості обчислення помилок малої вибірки та помилки вибірки для частки?
9. Розкрийте сутність простого випадкового способу відбору. Визначення помилок вибірки при названому способі відбору.
10. Розкрийте сутність систематичного способу відбору. Визначення помилок вибірки при названому способі відбору.
11. Особливості розшарованого (районованого) способу відбору. Визначення помилок вибірки при названому способі відбору.
12. Особливості серійного способу відбору. Визначення помилок вибірки при названому способі відбору.
13. Розкрийте сутність багатоступеневого та багатофазного засобів відбору.
14. Наведіть методику визначення обсягу вибірки та засоби поширення вибірових даних.

Література: /1/, с.81-100; /2/, с.138-153; /3/, с.55-68.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 6

«СТАТИСТИЧНІ МЕТОДИ ВИМІРЮВАННЯ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКІВ»

Мета заняття: оволодіння статистичними методами вимірювання взаємозв'язків між явищами та методами їх аналізу.

В результаті виконання практичного заняття студент:

- **повинен знати:** види взаємозв'язків між явищами та їх особливості; поняття результативної та факторної ознаки; поняття кореляційної залежності; поняття лінії регресії; метод аналітичних групувань; поняття кореляційного відношення; особливості оцінювання зв'язків у регресійному аналізі; поняття та сутність коефіцієнту детермінації; методи оцінювання лінійної регресії; особливості проведення множинного регресійного аналізу; сутність рангової кореляції.

- **повинен мати уяву про:** визначальну мету вимірювання взаємозв'язків; відмінність функціональних та стохастичних залежностей; щільність та істотність зв'язку; критерії визначення зв'язку та критичні значення показників зв'язку; форми ліній регресії; порівняльну міру дії кожного фактору на величину результативного показника.

- **повинен вміти:** будувати комбінаційний розподіл елементів сукупності; визначати ефекти впливу в аналітичному групуванні, кореляційне відношення та

аналізувати розраховані величини; проводити перевірку істотності взаємозв'язків в аналітичному групуванні; проводити оцінку лінії регресії в кореляційному аналізі та визначати коефіцієнти рівняння регресії; визначати щільність та перевіряти істотність зв'язку регресійними методами; надавати оцінку методами множинної регресії та рангової кореляції.

- **повинен мати навички:** використання статистичних методів вимірювання взаємозв'язків між явищами та їх аналізу.

План заняття

1. Вивчення виду взаємозв'язків між явищами.
2. Засвоєння розрахунків та визначення взаємозв'язків за методом аналітичних угруповань.
3. Проведення регресійного аналізу.
4. Визначення особливостей застосування методів множинної регресії.
5. Розрахунок показників рангової кореляції та їх аналіз.

Методичні вказівки

По статистичній природі зв'язки розділяють на функціональні та стохастичні. Ознаки, які при вивченні зв'язків характеризують результат, називають результативними, а ознаки, що характеризують причину, називають факторними.

При *функціональному зв'язку* кожному можливому значенню факторної ознаки x відповідає чітко визначене значення результативної ознаки y . *Стохастичні залежності* виявляються тільки в середньому по значній кількості об'єктів (спостережень) та виявляються як узгодженість варіації двох чи більше ознак.

Кореляційною залежністю між двома змінними величинами називається така функціональна залежність, яка існує між значеннями однієї з них та груповими середніми іншої.

Лінія регресії y на x - це залежність, яка зв'язує середні значення ознаки y із значеннями ознаки x .

Етапи побудови моделей кореляційного зв'язку однакові, тобто:

- теоретичне обґрунтування моделі;
- оцінка лінії регресії;
- вимір тісноти зв'язку між ознаками, визначення ролі чинника x в зміні ознаки y ;
- перевірка істотності зв'язку (доказ не випадкового характеру виявлених закономірностей).

Метод аналітичних угруповань полягає в тому, що всі елементи сукупності групують за факторною ознакою x і в кожній групі обчислюють середні значення результативної ознаки y , тобто лінія регресії оцінюється лише в окремих крапках.

Оцінка лінії регресії в моделі аналітичного групування – це *емпірична лінія регресії*. Вона оцінюється за допомогою ефектів впливу. *Ефекти впливу* x на y визначаються відношенням приростів середніх групових цих величин $\Delta y : \Delta x$.

Відношення міжгрупової (факторної) дисперсії до загальної розглядається як міра щільності зв'язку за даними аналітичного групування й називається *кореляційним відношенням*

$$\eta^2 = \frac{\delta^2}{\sigma^2}$$

де δ^2 — міжгрупова дисперсія, яка вимірює варіацію ознаки y під впливом фактора x ,

σ^2 — загальна дисперсія.

Кореляційне відношення показує яка частка загальної варіації результативної ознаки y пояснюється варіацією групової ознаки x .

Перевірка істотності кореляційного зв'язку ґрунтується на порівнянні фактичного значення η^2 з *критичним*, яке є максимально можливим значенням кореляційного відношення, яке може виникнути випадково за відсутності кореляційного зв'язку. Якщо фактичне значення η^2 більше критичного, то зв'язок між ознаками не випадковий (істотний).

Критичне значення надається для рівня істотності α (звичайно 0,05 або 0,01) та залежить від числа ступенів свободи міжгрупової k_1 та середньої з групових k_2 дисперсій.

$$k_1 = m - 1;$$

$$k_2 = n - m$$

де n, m - відповідно число одиниць сукупності та кількість груп.

Для перевірки істотності зв'язку використовують також функціонально пов'язану з η^2 характеристику *F-критерій* (критерій Фішера), який визначається за формулою:

$$F = \frac{\eta^2}{1 - \eta^2} * \frac{k_2}{k_1}$$

В *регресійному аналізі* оцінюється теоретична лінія регресії. Теоретична лінія *регресії* описується певною функцією $Y = f(x)$, яку називають *рівнянням регресії*, а Y — теоретичним рівнем результативної ознаки. Тобто оцінка лінії регресії здійснюється не в окремих точках, а в кожній точці інтервалу зміни факторної ознаки x .

Для теоретичного обґрунтування моделі доцільно будувати кореляційне поле, де кожному елементу сукупності відповідає крапка. Загальний вид кореляційного поля дозволяє зробити висновок відносно форми лінії регресії.

На **2-му** етапі визначають параметри рівняння методом найменших квадратів, основною умовою якого є мінімізація суми квадратів відхилень емпіричних значень у від теоретичних Y

$$\sum (y - Y)^2 = \min$$

На **3-му** етапі відбувається визначення щільності зв'язку. В регресійному аналізі оцінками лінії регресії є її теоретичні значення, тому відхилення індивідуальних значень ознаки y від загальної середньої $\bar{y}$ можна подати як наступні дві складові:

- відхилення від лінії регресії $(y - Y)$;
- відхилення лінії регресії від середньої $(Y - \bar{y})$.

Відхилення $(Y - \bar{y})$ є наслідком дії фактора x , відхилення $(y - Y)$ — наслідком дії інших факторів. Взаємозв'язок факторної та залишкової дисперсій описується правилом:

$$\sigma_y^2 = \delta_Y^2 + \sigma_e^2,$$

де σ_y^2 — загальна дисперсія ознаки y ;

δ_Y^2 - факторна дисперсія;

σ_e^2 - залишкова дисперсія

Відношення факторної дисперсії до загальної розглядається як міра щільності кореляційного зв'язку і називається *коефіцієнтом детермінації* (аналогічний кореляційному відношенню):

$$R^2 = \frac{\delta_Y^2}{\sigma_y^2}$$

Для зменшення обсягів обчислень, використовують наступну розрахункову формулу факторної дисперсії (для лінійної регресії)

$$\sigma_Y^2 = \frac{1}{n} (b_0 \sum y + b_1 \sum xy) - (\bar{y})^2$$

Для параболічної регресії другого порядку факторна дисперсія визначається за формулою

$$\sigma_Y^2 = \frac{1}{n} (b_0 \sum y + b_1 \sum xy + b_2 \sum yx^2) - (\bar{y})^2$$

Перевірку істотності зв'язку в регресійному аналізі здійснюють за допомогою тих же критеріїв й по тих же процедурах, що і в аналітичних угрупованнях.

Важливою характеристикою регресійної моделі є відносний ефект впливу фактора x на результат y — *коефіцієнт еластичності*:

$$\hat{E}_A = b \frac{\bar{x}}{\bar{y}}.$$

Він показує, на скільки процентів у середньому змінюється результат у зі зміною фактора x на 1%.

На практиці часто використовують рівняння множинної регресії, коли на величину результативної ознаки впливають два і більш фактори. Після відбору факторів і оцінки початкової інформації важливим завданням є моделювання зв'язку між факторним і результативним показником. На практиці найчастіше використовують багатофакторні лінійні моделі і моделі, які приводяться до лінійного вигляду відповідними перетвореннями

У разі, коли важко обґрунтувати форму залежності, рішення задачі можна провести по різних моделях і порівняти отримані результати. Адекватність різних моделей фактичним залежностям перевіряється по критерію Фішера, величині коефіцієнта множинної кореляції і детермінації.

Рішення задачі багатофакторного кореляційного аналізу зазвичай проводиться на ЕОМ по типових програмах. Початкові дані вводяться в ЕОМ, яка розраховує матриці парних і приватних коефіцієнтів кореляції, рівняння множинної регресії, а також показники, за допомогою яких оцінюється надійність коефіцієнтів кореляції і рівняння зв'язку.

Взаємозв'язок між ознаками, які можна ранжувати, передусім на основі бальних оцінок, вимірюється методами рангової кореляції. **Рангами** називають числа натурального ряду, які згідно зі значеннями ознаки надаються елементам сукупності і певним чином упорядковують її.

На відхиленнях між рангами базується розрахунок коефіцієнту рангової кореляції, який використовують при вимірі зв'язку між ознаками порядкової шкали. Його обчислюють за формулою Спірмена

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum_{j=1}^n d_j^2}{n(n^2 - 1)}$$

де n - число елементів сукупності.

Цей коефіцієнт: змінюється в межах від -1 до $+1$, водночас оцінює щільність зв'язку та вказує на його напрям.

Рангові коефіцієнти мають як переваги, так й недоліки порівняно з параметричними. Тут не потрібно дотримувати певних математичних передумов щодо розподілу ознак, зокрема, умови нормальності розподілу. Проте, оскільки використовуються не значення, а лише ранги ознак, втрачається певна інформація про взаємозв'язки.

Практичні завдання та вправи

1. Зазначте, які з наведених залежностей соціально-економічних явищ є функціональними, а які — стохастичними:

- попит на легкові автомобілі від наявності їх на ринку і цін;

- акціонерний капітал компанії від кількості проданих акцій та їх ринкової ціни;
- урожайність картоплі від якості ґрунту та кількості опадів за рік.

2. У наведених парах ознак визначіть факторні і результативні:

- розмір податку; розмір прибутку;
- сукупний дохід сім'ї; заощадження.

3. Аналітичне групування 36 комерційних банків характеризує зв'язок між розміром капіталу та рівнем його прибутковості. Загальна дисперсія прибутковості капіталу — 25, міжгрупова — 16, кількість груп — 4. Визначте кореляційне відношення. Поясніть його економічний зміст, перевірте істотність зв'язку з імовірністю 0,95, зробіть висновки.

4. Зв'язок між процентною ставкою на міжбанківський кредит, %, та терміном надання кредиту, днів, описується рівнянням регресії $Y = 18 + 0,5x$. Поясніть зміст параметрів рівняння. Визначіть процентну ставку на 30-денний кредит.

5. Зв'язок між потужністю вугільного пласта, см, і видобутком вугілля на одного робітника очисного вибою за зміну, т, описується рівнянням регресії $Y = -3,6 + 0,15x$. Залишкова дисперсія видобутку вугілля становить 1,2, загальна — 5,4. Визначіть коефіцієнт детермінації, поясніть його зміст. Перевірте істотність зв'язку з імовірністю 0,95.

6. Визначити параметри лінійного рівняння парної регресії, що характеризує залежність між тижневим роздрібним товарооборотом (грн.) на душу населення та доходами населення (грн.), та зробити аналіз параметрів регресії за даними:

Доходи населення	18	20	21	22	24	25	27	28	29	31
Роздрібний товарооборот	17	18	19	20	21	23	24	25	26	27

7. За даними попереднього завдання оцінити тісноту та істотність зв'язку між ознаками.

8. Оцінити тісноту зв'язку між атрибутивними ознаками (коефіцієнт асоціації) робітників підприємства за даними таблиці.

Таблиця – Розподіл роботи за статтю в оцінці змісту роботи

Робота	Чоловіки	Жінки	Разом
Цікава	300 (a)	200 (b)	500 (a+b)
Нецікава	129 (c)	251 (d)	308 (c+d)
Разом	429 (a+c)	451 (b+d)	880 (a+b+c+d)

9. За таблицею взаємозалежності, що характеризує зв'язок між кількістю станків, що обслуговуються однією робітницею, та виробітком тканини за годину, побудувати емпіричну лінію регресії, визначити кількісні співвідношення між ознаками, що вивчаються, оцінити тісноту зв'язку між показниками. Зробити перевірку суттєвості зв'язку (за рівнем значимості 0,05).

Таблиця - Вихідні дані

Виробіток тканини за годину, м	Кількість станків, що обслуговує одна робітниця, шт.							
	5-7	7-9	9-11	11-13	13-15	15-17	17-19	Разом
10 – 15	7	4		2	1			14
15 – 20	3	8	5	4				20
20 – 25		2	11	8		2		23
25 – 30			5	13	7	1		26
30 – 35				1	16	3		20
35 – 40				2	6	19	3	30
40 – 45					3	7	18	28
Разом	10	14	21	30	33	32	21	161

10. Використовую дані про споживання м'яса та м'ясопродуктів у сім'ях регіону в залежності від рівня середнього сукупного доходу на члена сім'ї, за допомогою кореляційного відношення оцінити тісноту зв'язку між показниками. Відомо, що загальна дисперсія споживання м'яса складає 162,9. Перевірте суттєвість зв'язку з імовірністю 0,95 та зробить висновки.

Таблиця - Вихідні дані

Рівень середнього сукупного доходу на члена сім'ї	Кількість сімей, % до підсумку	Споживання м'яса та м'ясопродуктів на члена сім'ї за рік, кг
Низький	21	47
Середній	52	63
Високий	27	83
Разом	100	65

11 Загальна дисперсія продуктивності станків за зміну становить 470. За даними таблиці розрахуйте міжгрупову дисперсію продуктивності станків. За допомогою кореляційного відношення оцініть тісноту зв'язку між виробництвом деталей за зміну та строком служби станків. Використав F- критерій, перевірте суттєвість зв'язку з імовірністю 0,95. Зробіть висновки.

Таблиця - Вихідні дані

Строк служби станків, років	Кількість станків	Виробництво деталей за зміну у розрахунку на один станок, шт.
до 7	10	110
7 – 14	15	96
14 – 20	25	70
20 та більше	12	66
Разом	62	82

12. Розрахуйте кореляційне відношення, що характеризує тісноту зв'язку між віком обладнання та відсотком виконання норм виробітку робочими-відрядниками на цьому обладнанні. Перевірте суттєвість зв'язку за допомогою F-критерію для довірчої імовірності 0,99.

Таблиця - Вихідні дані

Вік обладнання, років	Кількість станків	Відсоток виконання норм	Внутрігрупова дисперсія
1 – 3	30	120	50
3 – 7	45	110	100
7 – 12	20	100	50
12 та більше	5	90	200
Разом	100	x	x

13. Для характеристики залежності місячної продуктивності праці робочого від величини простоїв за місяць обстежено 10 дільниць однотипових підприємств галузі (див. табл.). Розрахуйте параметри лінійного рівняння регресії та розкрийте їх економічний зміст. За допомогою коефіцієнту детермінації оцініть тісноту зв'язку між факторами та перевірте суттєвість зв'язку для довірчої імовірності 0,95. Розрахуйте коефіцієнт еластичності та дайте його економічну інтерпретацію.

Таблиця - Місячна продуктивність праці та простой на підприємствах

Номер підприємства	Простой за місяць, год.	Продуктивність праці, нат. од./чол.
1	27	25
2	23	45
3	18	48
4	20	44
5	25	41
6	30	22
7	24	45
8	34	20
9	16	52
10	20	50

14. Зв'язок між випуском виробів та витратами на упаковку по 50 однотиповим підприємствам характеризується наступними даними:

Вартість упаковки, тис. грн.	Випуск виробів, тис. шт.				Кількість підприємств
	1	2	3	4	
2	1				1
4	6	5	2		13
6	3	9	7	1	20
8		1	6	7	14
10				2	2
Кількість підприємств	10	15	15	10	50

Зробив припущення, що залежність можна описати рівнянням параболі другого порядку, визначите коефіцієнти рівняння.

15. За даними однієї з груп однотипових підприємств про реалізацію продукції (х, млн. грн.) та накладних витратах по реалізації цієї продукції (у, тис. грн.) розрахуйте коефіцієнт рангової кореляції. Зробіть висновки про тісноту зв'язку.

Таблиця - Вихідні дані

Номер підприємства	Реалізація продукції, млн. грн.	Накладні витрати, тис. грн.	Номер підприємства	Реалізація продукції, млн. грн.	Накладні витрати, тис. грн.
1	12,0	462	6	23,4	765
2	18,8	939	7	35,6	1368
3	11,0	506	8	15,4	1002
4	29,0	1108	9	26,1	998
5	17,5	872	10	20,7	804

16. Зв'язок між обсягом випуску продукції (тис. нат. од.) та середніми змінними витратами (грн./ нат. од.) по одному з підприємств характеризується наступними даними:

Таблиця - Обсяг випуску продукції та середні змінні витрати на підприємстві

№ спостереження	Середні змінні витрати, грн./ нат. од.	Обсяг випуску продукції, тис. нат. од.
1	20,0	34,2
2	21,1	42,9
3	21,8	47,8
4	20,6	39,7
5	21,1	43,0
6	21,8	48,1
7	22,1	52,6
8	21,4	45,3
9	20,6	39,9

Зробив припущення, що залежність можна описати рівнянням параболі другого порядку, визначите коефіцієнти рівняння методом найменших квадратів.

17. Результати обстеження кваліфікації робітників, рівня механізації їх праці та величини денного виробітку по одному з підприємств наведені в таблиці.

Таблиця - Результати обстеження кваліфікації робітників, їх денного виробітку та рівня механізації праці.

№	Роз- ряд робо- чого	Рівень механіза- ції праці, %	Денний виробіток, нат. од.	№	Роз- ряд робо- чого	Рівень механіза- ції праці, %	Денний виробіток, нат. од.
A	1	2	3	A	1	2	3
1	2	35	3,0	26	3	69	5,0
2	3	50	6,5	27	2	48	2,5
3	3	44	4,8	28	4	82	6,8
4	3	55	5,7	29	4	98	6,6
5	2	39	2,8	30	3	63	6,3
6	3	56	4,7	31	4	79	7,9
7	2	78	4,2	32	3	41	4,6
8	4	44	5,3	33	3	45	4,2
9	3	43	2,0	34	2	75	4,8
10	3	76	6,5	35	3	45	5,8
11	3	58	5,1	36	4	51	4,9
12	4	41	5,5	37	3	55	4,3
13	2	49	3,0	38	4	95	6,4
14	2	58	3,6	39	4	90	7,0
15	4	58	4,5	40	4	70	7,1
16	4	61	6,7	41	3	56	4,4
17	3	42	5,6	42	3	57	5,1
18	3	46	5,2	43	2	48	5,0
19	2	35	3,2	44	3	72	6,1
20	4	55	5,4	45	3	52	5,9
21	3	38	4,5	46	2	33	3,8
22	3	35	5,5	47	3	55	4,6
23	3	25	2,5	48	2	30	3,4
24	4	90	6,2	49	2	67	5,5
25	2	47	4,1	50	3	57	5,9

Прийняв зв'язок між денним виробітком робочого, рівнем механізації та кваліфікацією лінійною, визначите параметри рівняння множинної регресії, оцініть тісноту зв'язку між результативною ознакою та сукупністю факторних ознак та перевірте суттєвість зв'язку з імовірністю 0,97. Розрахуйте коефіцієнти еластичності. Зробіть висновки.

18. За допомогою коефіцієнта рангової кореляції оцініть ступінь узгодженості оцінок двох груп експертів на конкурсі професійної майстерності модельєрів. Висновок зробіть з імовірністю 0,95.

Модельєр	Ранг, наданий експертами	
	художниками	промисловцями
A	5	4
B	1	3
C	6	5
D	3	2
F	2	1
K	4	6
N	7	7

Запитання до самоконтролю:

1. Чому виникає потреба в встановленні зв'язків між ознаками явищ?
2. Які ознаки називаються факторними? результативними?
3. Який зв'язок між ознаками називають функціональним, стохастичним, кореляційним? Наведіть приклади.
4. Як виявляється кореляційний зв'язок? Поясніть його співвідношення зі стохастичним зв'язком.
5. Як визначити ефекти впливу фактора на результат за даними аналітичного групування?
6. Що являє собою рівняння регресії? Які функції в аналізі взаємозв'язків воно виконує рівняння регресії?
7. Що являє собою кореляційно – регресійний аналіз?
8. Оцінка лінії регресії в кореляційно-регресійному аналізі: побудова кореляційного поля, визначення параметрів рівняння регресії.
9. Що характеризує коефіцієнт регресії? Чим відрізняється коефіцієнт еластичності від коефіцієнта регресії?
10. Як оцінити щільність нелінійного зв'язку? Чи можна вважати коефіцієнт детермінації універсальною мірою щільності кореляційного зв'язку? Будь-яку відповідь обґрунтуйте.
11. Поясніть поняття щільності та істотності зв'язку між ознаками. Чим зумовлена необхідність перевірки істотності зв'язку?
12. Характеристики щільності зв'язку: коефіцієнт детермінації, коефіцієнт кореляції.
13. Усі характеристики щільності зв'язку мають спільні риси. Поясніть, які саме.
14. Особливості виміру щільності зв'язку при лінійної формі зв'язку та перевірка його суттєвості.
15. Поняття множинної регресії. Основні етапи рішення задач багатфакторного кореляційного аналізу. Визначення параметрів рівняння регресії.
16. Визначення щільності зв'язку між результативним та факторними ознаками багатфакторної регресійної моделі. Перевірка суттєвості зв'язку.

17. Коефіцієнти кореляції рангів Спірмена і його призначення.

Література: /1/, с.100-120; /2/, с.77-101; /3/, с.68-86.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 7 «ІНДЕКСНИЙ МЕТОД»

Мета заняття: оволодіння індексним методом дослідження функціональних зв'язків між явищами.

В результаті виконання практичного заняття студент:

- **повинен знати:** сутність індексів та їх види; правила розрахунку індексів; методологічні основи побудови зведених індексів; особливості розрахунків агрегатних та середньозважених індексів та умови їх застосування; порядок розрахунку індексів із змінними й постійними вагами; правила, що використовуються при визначенні впливу окремих чинників; умови використання та засоби розрахунку індексів середніх величин.

- **повинен мати уяву про:** поняття індексованої величини; інтенсивні та екстенсивні фактори-співмножники; форми розрахунку індексів; ряди індексів з ланцюговою та базисною системами; системи взаємозалежних індексів; особливості аналізу динаміки середньої величини.

- **повинен вміти:** визначати види індексів; будувати модель індексу; проводити розрахунки та аналіз за агрегатною й середньозваженою формами індексів та визначати необхідність застосування відповідної форми; визначати абсолютний приріст результативного показника за рахунок зміни кожного чинника; проводити розрахунки індексів змінного й фіксованого складу, а також структурних зрушень, робити відповідні висновки.

- **повинен мати навички:** використання індексного методу для дослідження функціональних зв'язків між явищами.

План заняття

1. Визначення сутності й і функції індексів.
2. Засвоєння методологічних основ побудови зведених індексів та розрахунків за агрегатною формою індексів.
3. Аналіз взаємозв'язків між явищами за допомогою розрахунків середньозважених індексів. Правила формування індексів із змінними й постійними вагами.
4. Дослідження системи взаємозалежних індексів й визначення впливу окремих чинників.

5. Аналіз динаміки середніх величин за допомогою розрахунків індексів середніх величин.

Методичні вказівки

За статистичною природою індекс — це відносна величина, яка характеризує зміну соціально-економічного явища в часі чи просторі або ступінь відхилення значення показника від певного стандарту (нормативу, середньої). Назва індексу відбиває соціально-економічний зміст показника, числове його значення — інтенсивність змін або ступінь відхилення. *Індивідуальні індекси* характеризують співвідношення рівнів показника окремих елементів сукупності, *зведені* — певної множини елементів. Показник, динаміку чи співвідношення якого характеризує індекс, називають *індексованою величиною*.

Зведений індекс характеризує зміну складних явищ під впливом різних чинників (співмножників). Він показує, як у середньому змінився показник по сукупності елементів. Коли при побудові індексів необхідно один з чинників залишати фіксованим, дотримуються правила: *інтенсивні фактори-співмножники фіксуються на рівні базисного періоду, а екстенсивні - на рівні поточного*.

Якщо який-небудь з інтенсивних показників позначити через x , а екстенсивний чинник - w , то в загальному вигляді всі зведені двофакторні індекси матимуть вигляд:

$$I_x = \frac{\sum x_1 w_1}{\sum x_0 w_1}; \quad I_w = \frac{\sum x_0 w_1}{\sum x_0 w_0}; \quad I_{xw} = \frac{\sum x_1 w_1}{\sum x_0 w_0}$$

Форму розрахунку приведених трьох індексів називають *агрегатною*. В окремих випадках вихідні дані не дозволяють вивчити динаміку економічного явища на основі агрегатної форми індексу. У такому випадку, якщо необхідно охарактеризувати зміну екстенсивного показника в середньому по сукупності різнорідних елементів, можна використовувати середньоарифметичний зважений індекс

$$I_w = \frac{\sum i_w x_0 w_0}{\sum x_0 w_0}$$

де i_w - індивідуальний індекс;

$x_0 w_0$ - ваги.

Середньозважений зведений індекс інтенсивного показника можна обчислити за формулою середньогармоничного індексу

$$I_x = \frac{\sum x_1 w_1}{\sum \frac{x_1 w_1}{i_x}}$$

де i_x - індивідуальний або груповий індекс показника;
 $x_1 w_1$ - ваги.

Вибір виду середньої ґрунтується на загальних засадах: середньозважений індекс має бути тотожним відповідному індексу агрегатної форми. Вибір форми індексу в кожному випадку залежить від економічної суті показників та наявної інформації.

При вивченні явищ більш ніж за два періоди використовують ряди індексів з ланцюговою та базисною системами. Вибір системи залежить від мети дослідження. Найчастіше при рішенні цього питання дотримуються такого правила: індекси *інтенсивних* (якісних) показників визначають із *змінними вагами*, а індекси *екстенсивних* (кількісних) показників - з *постійними вимірниками*.

Якщо позначити послідовність періодів символами "0", "1", "2", "3", то можна побудувати такі індексні ряди:

- інтенсивного показника (базисні) із змінними вагами

$$I_x' = \frac{\sum x_1 w_1}{\sum x_0 w_1}; \quad I_x'' = \frac{\sum x_2 w_2}{\sum x_0 w_2}; \quad I_x''' = \frac{\sum x_3 w_3}{\sum x_0 w_3}$$

- екстенсивного показника (ланцюгові) з постійними вимірниками

$$I_w' = \frac{\sum x_0 w_1}{\sum x_0 w_0}; \quad I_w'' = \frac{\sum x_0 w_2}{\sum x_0 w_1}; \quad I_w''' = \frac{\sum x_0 w_3}{\sum x_0 w_2}$$

За допомогою методу можна визначити також абсолютний приріст результативного показника за рахунок зміни кожного чинника.

Для системи індивідуальних індексів загальний абсолютний приріст

$$\Delta_{xw} = x_1 w_1 - x_0 w_0$$

Його можна розкласти по чинниках (факторах)

$$\begin{aligned} \Delta_x &= x_1 w_1 - x_0 w_1 = w_1 (x_1 - x_0); \\ \Delta_w &= x_0 w_1 - x_0 w_0 = x_0 (w_1 - w_0). \end{aligned}$$

Очевидно, що при такому методі розкладання абсолютного приросту по чинниках Δ_{xw} дорівнюватиме $\Delta_x + \Delta_w$

Розкладання абсолютного приросту по чинниках на основі зведених індексів здійснюють аналогічно індивідуальним індексам

$$\Delta_{xw} = \sum x_1 w_1 - \sum x_0 w_0$$

у тому числі

$$\begin{aligned} \Delta_x &= \sum x_1 w_1 - \sum x_0 w_1; \\ \Delta_w &= \sum x_0 w_1 - \sum x_0 w_0. \end{aligned}$$

Поряд зі зведеними, агрегатними індексами в статистичній практиці широко використовують індекси середніх величин. Рівень середньої залежить від значень ознаки x_j і структури сукупності:

$$x = \frac{\sum_1^m x_j f_j}{\sum_1^m f_j} = \sum_1^m x_j d_j,$$

де f_j — частота;

d_j — частка j -ї складової сукупності.

Вплив кожного з них на динаміку середньої оцінюється за допомогою системи індексів середніх величин: змінного й фіксованого складу, а також структурних зрушень.

Індексом змінного складу $I_{\bar{x}}$ називають індекс середньої величини

$$I_{\bar{x}} = \frac{\sum x_1 w_1}{\sum w_1} : \frac{\sum x_0 w_0}{\sum w_0}$$

де x_0, x_1 - рівні усереднюваного показника,

w_0, w_1 - частоти (ваги) інтенсивного показника.

Індекс фіксованого складу I_x показує, як у середньому змінилися значення ознаки при незмінній, фіксованій структурі:

$$I_x = I_{\hat{\bar{x}}} = \frac{\sum x_1 w_1}{\sum w_1} : \frac{\sum x_0 w_1}{\sum w_1} = \sum x_1 d_1 : \sum x_0 d_1.$$

$$I_x = I_{\hat{\bar{x}}} = \frac{\sum x_1 w_1}{\sum \tilde{w}_0 w_1}$$

або

Індекс структурних зрушень I_d , навпаки, показує, як змінилася середня за рахунок структурних зрушень; значення ознаки x фіксуються на постійному рівні:

$$I_d = I_{\tilde{\bar{x}}} = \frac{\sum x_0 w_1}{\sum w_1} : \frac{\sum x_0 w_0}{\sum w_1} = \sum x_0 d_1 : \sum x_0 d_0.$$

Між індексами існує взаємозв'язок: $I_{zc} = I_{\phi c} I_{cz}$.

Практичні завдання та вправи

1. За наведеними даними визначіть зведений індекс біржових цін акцій та абсолютний приріст (зменшення) обсягу продажу за рахунок динаміки цін:

Емітент	Обсяги продажу, млн грн.		Індекс цін
	Вересень	Жовтень	
А	450	400	1,2
В	250	100	0,9
С	300	500	1,4

2. Маємо наступні дані по цукровому заводу:

Вид продукції	Витрати на виробництво, млн грн.		Індекс фізичного обсягу
	Вересень	Жовтень	
Цукор-пісок	16,0	27,6	1,15
Цукор-рафінад	4,0	5,4	1,08

Визначіть зведений індекс фізичного обсягу виробництва.

3. Визначіть, як у середньому змінилися споживчі ціни на продовольчі товари в поточному періоді порівняно з базисним, якщо фізичний обсяг продажу збільшився на 5%, а товарооборот — на 7,1%?

4. За даними таблиці розрахуйте індекс фізичного обсягу реалізації та індекс цін.

Товар	Товарообіг, тис. грн.		Індивідуальні індекси	
	базового періоду	поточного періоду	фізичного обсягу реалізації	цін
А	1,2	1,3	0,96	0,83
Б	2,3	2,2	1,01	0,97
В	2,7	2,9	1,12	1,03

5. Продуктивність праці на підприємстві, що виробляє однорідну продукцію, збільшилася у середньому на 18,5%. Розрахуйте індекс фізичного обсягу продукції за нижче наведеними даними:

Номер дільниці	Кількість робочих, чол.	
	базовий період	поточний період
1	1010	1020
2	1280	810
3	980	1090

6. Визначите абсолютні зміни обсягу виробленої продукції, у тому разі за рахунок кожного фактору, що впливає, за такими даними:

Показник	Базовий період	Поточний період	Індивідуальний індекс
1. Обсяг виробленої продукції, млн. грн.	3,0	3,2	1,067
2. Чисельність робітників, чол.	1800	1830	1,017
3. Виробіток продукції на 1 робітника, грн.	1,667	1,749	1,049

7. За даними таблиці розрахувати вплив структурних зрушень на зміни середньої собівартості двох однотипових виробів.

Таблиця - Показники виробництва

№ виробу	Собівартість, грн.		Вироблено, тис. шт.	
	базовий період	поточний період	базовий період	поточний період
1	2,3	2,1	91,5	137,8
2	1,9	2,1	170,3	101,6

8. За даними таблиці оцінити вплив зміни структури чисельності робочих, що виробляють різні модифікації одного виробу, на зміни в продуктивності праці.

Модифікації виробу	Чисельність робітників, тис. чол.		Місячна продуктивність праці, нат. од./ чол.	
	минулий рік	поточний рік	минулий рік	поточний рік
A	2,6	7,5	28	20,0
B	7,4	2,5	20	20,5

9. За даними таблиці, що характеризує динаміку виробництва різних видів продукції на підприємстві, розрахуйте зведені індекси собівартості продукції та її фізичного обсягу, а також витрат на виробництво загальної продукції. Покажіть взаємозв'язок між розрахованими індексами та зробіть висновки.

Таблиця - Динаміка виробництва продукції на підприємстві

Вид продукції	Загальні витрати на виробництво за період, млн. грн.		Індекси	
	базовий	поточний	собівартості	фізичного обсягу
A	10	14	2,0	0,70
B	12	20	2,6	0,64
C	18	42	2,9	0,80

10. Розрахуйте зведений індекс собівартості продукції ряду підприємств вугільної промисловості та зведений індекс витрат на виробництво продукції. Зробіть висновки.

Таблиця - Показники роботи вугільних підприємств

Вид продукції	Загальні витрати на виробництво продукції за місяць, млн. грн.		Зріст собівартості 1 т продукції у порівнянні з базовим періодом, %
	базовий	поточний	
1. Рядове вугілля	2,88	3,00	+6,2
2. Збагачене вугілля	1,12	1,40	+10,7

11. За даними таблиці визначите:

- зведені індекси витрат часу на виробництво усієї продукції та продуктивності праці;

- абсолютний розмір економії (перевитрат) загальних витрат часу як за рахунок змін в обсязі виробництва, так і за рахунок трудомісткості.

Зробіть висновки.

Таблиця - Вихідні дані

Виріб	Кількість продукції за період		Витрати часу на виробництво одиниці продукції за період, чол.-год	
	базовий	поточний	базовий	поточний
A	14	12	4,4	4,2
B	50	60	8,5	8,0
C	2	2	10,5	10,2

12. Як можна пояснити, що середня заробітна плата працівників фірми зросла на 24%, а за окремими підрозділами приріст заробітної плати не перевищив 8%?

13. Індекс структурних зрушень урожайності зернових у агрогосподарствах області становив 1,06. Поясніть його економічний зміст.

14. За даними таблиці розрахуйте індекси середньої заробітної плати змінного, фіксованого складів та структурних зрушень. Визначите також економію (перевитрату) загального фонду оплати праці на транспорті за рахунок змін середньомісячної зарплати та зміни чисельності робочих та службовців. Зробіть висновки.

Таблиця - Динаміка заробітної платні

Вид транспорту	Середня місячна заробітна плата робочих та службовців за період, грош. од.		Середньорічна чисельність робочих та службовців за період, тис. чол	
	базовий	поточний	базовий	поточний
Залізничний	120,0	155,0	4,5	4,8
Річний	160,0	263,0	1,5	2,0

15. Дані про реалізацію продукції наведені у таблиці. Розрахуйте зведені індекси цін та товарообігу. Зробіть висновки.

Таблиця - Показники реалізації продукції

Вид продукції	Товарообіг за місяць, тис. грн.		Індивідуальні індекси цін
	базовий	поточний	
А	40,5	80,0	3,07
В	36,0	88,0	3,40

16. За даними таблиці розрахуйте на скільки відсотків у середньому змінилася трудомісткість виробництва одиниці продукції у цілому по трьом підприємствам та середній відсоток підвищення продуктивності праці. Зробіть висновки.

Таблиця - Динаміка витрат часу

Підприємство	Загальні витрати часу за період, тис. чол.-год		Індекс трудомісткості
	базовий	поточний	
Перше	142	145	0,97
Друге	123	110	1,00
Третє	223	217	0,94
Разом	488	472	x

Запитання до самоконтролю:

1. Що характеризує індекс? Які функції виконують індекси в статистичному аналізі?

2. За якими ознаками класифікують індекси?

3. Чим відрізняється зведений індекс від індивідуального?

4. На яких методичних принципах ґрунтується побудова зведених індексів?

5. Поясніть суть і методику побудови індексів агрегатної форми.

6. Чому в індексі агрегатної форми ваги та сумірники фіксуються на постійному рівні? Які відмінності між вагами та сумірниками?

7. Напишіть зведений індекс цін, зазначте індексовану величину та ваги. На якому рівні зафіксовано ваги? Чому вважається, що індекс має певну ступінь умовності?

8. Які індекси називають ланцюговими, а які базисними? Наведіть порядок розрахунку та аналізу індексів з постійними та змінними вагами.

9. Поясніть суть середньозважених індексів, доведіть, що середньозважені індекси тотожні відповідним індексам агрегатної форми. В яких випадках використовують середньозважені індекси?

10. Як визначити абсолютний вплив факторів-співмножників індексної системи на динаміку результативного показника?

11. Зазначте групи факторів, які формують динаміку середньої величини. Як можна визначити їх вплив?

12. Поясніть суть індексу змінного та фіксованого складу, індексу структурних зрушень на прикладі індексу цін. Якою залежністю пов'язані загальні середні індекси?

Література: /1/, с.139-159; /2/, с.121-138; /3/, с.87-95.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 8 «АНАЛІЗ ІНТЕНСИВНОСТІ ДИНАМІКИ. АНАЛІЗ ТЕНДЕНЦІЙ РОЗВИТКУ ТА КОЛИВАНЬ.»

Мета заняття: оволодіння методами аналізу інтенсивності динаміки та аналізу тенденцій розвитку та коливань.

В результаті виконання практичного заняття студент:

- **повинен знати:** поняття динамічного ряду та його складові елементи; різновиди динамічних рядів; передумови аналізу динамічних рядів; прийоми зведення даних до порівнянного вигляду — «статистичні ключі» зімкнення динамічних рядів; поняття швидкості та інтенсивності розвитку суспільних явищ; абсолютні та відносні характеристики інтенсивності динаміки; показники середньої абсолютної та відносної швидкості розвитку; поняття тенденції; сутність згладжування й способи згладжування та аналітичного вирівнювання динамічних рядів; методи статистичного описування тенденцій; сутність екстраполяції тренду; сутність оцінки коливань та сталості динаміки.

- **повинен мати уяву про:** відмінності моментних та інтервальних динамічних рядів; бази порівняння динамічних рядів; відмінності показників приросту та темпу зростання, показників абсолютного та відносного прискорення; методи обчислення середнього рівня динамічного ряду; сутність аналітичного вирівнювання динамічного ряду;

- **повинен вміти:** подолати переривчастість ряду за допомогою відповідних способів; розраховувати абсолютний приріст, темп зростання, темп приросту абсолютне значення 1% приросту, показники абсолютного та відносного прискорення; розрахувати коефіцієнт прискорення (уповільнення) відносної швидкості розвитку та проаналізувати його величину; розраховувати показники середньої абсолютної та відносної швидкості розвитку; використовувати метод плинних (ковзних) середніх; будувати трендові рівняння динамічного ряду;

- **повинен мати навички:** використання методів аналізу інтенсивності динаміки та аналізу тенденцій розвитку та коливань.

План заняття

1. Визначення сутності й складових елементів динамічного ряду.
2. Розгляд основних характеристик інтенсивності динаміки та розрахунок відповідних показників.
3. Визначення середньої абсолютної та відносної швидкості розвитку.
4. Характеристика основної тенденції розвитку
5. Оцінка коливань та сталості динаміки

Методичні вказівки

Динамічний ряд — це послідовність чисел, які характеризують зміну того чи іншого соціально-економічного явища. Елементами динамічного ряду є перелік хронологічних дат (моментів) або інтервалів часу і конкретні значення відповідних статистичних показників, які називаються **рівнями** ряду. Передумовою аналізу динамічних рядів є порівнянність статистичних даних, які його формують, щодо одиниць вимірювання, методології обчислення показників, території, кола об'єктів та інших позицій. Використовують спеціальні прийоми зведення даних до порівнянного вигляду — «статистичні ключі» зімкнення динамічних рядів. Перший — спосіб відносних рівнів. Другий спосіб ґрунтується на співвідношенні рівнів.

Розрахунок характеристик динаміки ґрунтується на порівнянні рівнів ряду.

Схематично варіанти порівняння ілюструє рисунок 8.1.

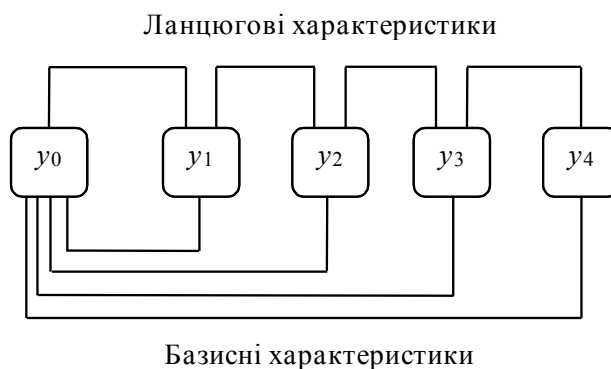


Рисунок 8.1 - Схеми порівняння при обчисленні ланцюгових і базисних характеристик динаміки

Абсолютний приріст Δ_t характеризує абсолютний розмір збільшення (чи зменшення) рівня ряду y_t за певний часовий інтервал і обчислюється як різниця рівнів ряду:

базисний приріст $\Delta_t = y_t - y_0$;

ланцюговий приріст $\Delta_t = y_t - y_{t-1}$.

Темп зростання k_t показує, у скільки разів рівень y_t більший (менший) від рівня, узятото за базу порівняння. Він являє собою кратне відношення рівнів:

$$\text{базисний темп} \quad k_t = \frac{y_t}{y_0},$$

$$\text{ланцюговий темп} \quad k_t = \frac{y_t}{y_{t-1}}.$$

Ланцюгові Δ_t і k_t відображують відповідно абсолютну і відносну швидкість динаміки.

Темп приросту завжди виражається в процентах:

$$T_t = 100(k_t - 1).$$

Абсолютне значення 1% приросту визначається як

$$A_t = \frac{\Delta_t}{T_t} = \frac{y_t - y_{t-1}}{100 \left(\frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}} \right)} = \frac{y_{t-1}}{100}$$

На базі абсолютних приростів оцінюються *абсолютне та відносне прискорення*. Абсолютне — це різниця між абсолютними приростами: $\delta_t = \Delta_t - \Delta_{t-1}$. Відносне прискорення обчислюється порівнянням абсолютних приростів

Порівняння темпів зростання дає *коефіцієнт прискорення (уповільнення)* відносної швидкості розвитку. У статистичному аналізі порівнюється також інтенсивність динаміки в різних рядах. Відношення темпів зростання $k': k''$ називають *коефіцієнтом випередження*.

Щодо темпів приросту, то співвідношення їх використовують лише для взаємозв'язаних показників x і y . Таке співвідношення називають *емпіричним коефіцієнтом еластичності*

$$\gamma = T_y : T_x$$

Він показує, на скільки процентів змінюється y зі зміною x на 1%.

Середні рівні використовують насамперед для узагальнення коливних рядів. В інтервальному ряді абсолютних величин, рівні якого динамічно адитивні, використовується середня арифметична проста:

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n y_t,$$

де n — число рівнів ряду.

У моментному ряді, за припущення про рівномірну зміну показника між датами, середня розраховується як:

$$\bar{y} = \frac{y_0 + y_n}{2}.$$

Якщо в моментному ряді $n > 2$ і між суміжними датами однакові інтервали, розрахунок виконується за формулою середньої хронологічної:

$$\bar{y} = \frac{\frac{y_1 + y_n}{2} + \sum_{t=2}^{n-1} y_t}{n-1}.$$

У моментних рядах з різними інтервалами між датами розраховується середня арифметична зважена:

$$\bar{y} = \frac{1}{\sum D_t} \sum_{t=1}^m y_t D_t,$$

де D_t — інтервал часу між датами,
 m — кількість інтервалів.

Середній абсолютний приріст (абсолютна швидкість динаміки) складає як:

$$\bar{\Delta} = \frac{y_n - y_0}{n} = \frac{\sum_{t=1}^n \Delta_t}{n}.$$

Середній темп зростання обчислюється за формулою середньої геометричної з ланцюгових темпів зростання:

$$\bar{k} = \sqrt[n]{k_1 \cdot k_2 \cdot \dots \cdot k_n} = \sqrt[n]{\prod_{t=1}^n k_t},$$

де n — кількість темпів зростання за однакові інтервали часу.

Будь-який динамічний ряд у межах періоду з більш-менш стабільними умовами розвитку виявляє певну закономірність зміни рівнів — *загальну тенденцію*. Серед методів статистичного описування тенденцій найпростішим є *метод плинних (ковзних) середніх*, коли первинні рівні динамічного ряду замінюються середніми по інтервалах.

Плинну середню r -го інтервалу обчислюють за формулою

$$\bar{y}_r = \bar{y}_{r-1} + \frac{y_{r+p} - y_{r-(p+1)}}{2p+1}$$

Значення p визначається з умови $m = 2p + 1$

При *аналітичному вирівнюванні динамічного ряду* фактичні значення y_t замінюються обчисленими на основі певної функції $Y = f(t)$, яку називають *трендовим рівнянням* (t — змінна часу або порядковий номер періоду, Y — теоретичний рівень ряду). Параметри трендових рівнянь визначають методом найменших квадратів. Система рівнянь спрощується, якщо початок відліку часу

($t = 0$) перенести в середину динамічного ряду. Тоді система рівнянь для лінійної функції набирає вигляду

$$\begin{cases} na = \sum y, \\ b\sum t^2 = \sum yt. \end{cases}$$

Продовження виявленої тенденції за межі ряду динаміки називають *екстраполяцією тренду*.

Фактичні рівні динамічних рядів під впливом різного роду чинників варіюють, відхиляючись від основної тенденції розвитку. Найпростішою оцінкою систематичних коливань є *коефіцієнти нерівномірності*, які обчислюються відношенням максимального і мінімального рівнів динамічного ряду до середнього. Характер сезонних коливань описується «сезонною хвилею», яку утворюють індекси сезонності. У динамічних рядах, які не виявляють чіткої тенденції розвитку, *індекси сезонності* є відношенням фактичних місячних (квартальних) рівнів y_t до середньомісячного (середньоквартального) за рік $\bar{y}$, %:

$$I_c = 100 \frac{y_t}{\bar{y}}.$$

Середні індекси сезонності за кілька років визначають як:

$$\bar{I}_c = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_c,$$

де n — число років.

Якщо спостерігається тенденція розвитку індекс сезонності обчислюється як відношення фактичних рівнів ряду y_t до теоретичних Y_t , тобто

$$I_c = 100 \frac{y_t}{Y_t}$$

Абсолютною мірою випадкових коливань є *середнє квадратичне відхилення* S_e , яке обчислюється на основі залишкової дисперсії. Поряд з абсолютною мірою випадкових коливань використовують відносну — *коефіцієнт варіації*.

Практичні завдання та вправи

1. Залишки міді на складі електротехнічного обладнання становили, кг: на 1 квітня — 64, на 1 травня — 66, на 1 червня — 60, на 1 липня — 62. Визначіть середньомісячний залишок міді за другий квартал.

2. Інвестиції в економіку регіону становили: 2009 р. — 200 млн грн., в 2010 р. — 238 млн грн. Визначіть абсолютний приріст і темп приросту інвестицій, покажіть їх взаємозв'язок.

3. За 6 місяців поточного року акціонерний капітал компанії зріс на 20% і станом на 1 липня становив 360 тис. грн. Визначіть абсолютний приріст акціонерного капіталу.

4. Протягом трьох останніх років капітал фірми зростає щорічно на 5 млн грн. Чи змінювалися темпи приросту капіталу?

5. Використовуючи взаємозв'язок характеристик динаміки, визначіть рівні виробництва цементу, абсолютну та відносну швидкість його зростання.

Рік	Ланцюгові характеристики динаміки				
	Виробництво, тис. т	Абсолютний приріст, т	Темпи зростання	Темпи приросту, %	Абсолютне значення 1% приросту, т
1	300	×	×	×	×
2		20			
3				5	
4					
5					3,60
6			1,1		

6. За п'ятиріччя видобуток вугілля в регіоні збільшився на 45%. Абсолютне значення одного процента приросту становило 2,4 млн т. Визначіть середньорічний абсолютний приріст видобутку вугілля за цей період.

7. У 2008 р. птахофабрики регіону продали 200 млн. шт. яєць. У наступні роки обсяги продажу зростали, щорічні абсолютні прирости становили: 2009 р. — 42, 2010 р. — 46 млн. шт. Визначіть середньорічний темп приросту продажу яєць за 2009 — 2010 рр.

8. Темпи зростання оптових цін (у % до попереднього місяця) становили,:

Місяць	Галузі промисловості	
	електроенергетика	паливна
Січень	106,0	107,1
Лютий	104,5	109,4
Березень	105,8	108,0

Визначіть темпи зростання оптових цін за перший квартал у кожній галузі промисловості та коефіцієнт випередження зростання цін.

9. Тарифи на послуги зв'язку за перше півріччя зросли на 5%, за друге — на 6%. На скільки процентів зросли тарифи за рік?

10. За 1-й рік кредитно-інвестиційний портфель банку зріс на 20%, за другий — в 1,5 рази. Визначіть: а) темп зростання кредитно-інвестиційного портфеля за два роки; б) коефіцієнт прискорення динаміки.

11. За минулий рік ціни на меблі зросли в середньому на 12,5%, а попит зменшився на 20%. Визначіть коефіцієнт цінової еластичності меблів, поясніть його економічний зміст.

12. Тенденція витрат компанії на рекламу (тис. грн.) за 2003—2009 рр. описується трендовим рівнянням $Y_t = 28,4 + 1,75t$, де $t = 1, 2, \dots, n$. Поясніть економічний зміст параметрів рівняння. Припускаючи, що тенденція збережеться, визначіть очікуваний обсяг витрат на рекламу в 2010 р.

13. За минулий рік у регіоні зареєстровано 120 дорожно-транспортних пригоди: найбільша кількість у січні — 27, найменша в липні — 9. Визначіть амплітуду сезонних коливань дорожніх пригод.

14. Розглядаються наступні дані про виробництво продукції на підприємстві:

Роки	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Виробництво продукції, тис. грн.	46,8	50,9	55,3	58,7	62,4	66,2	70,3	78,9

Визначити ланцюгові і базисні показники динаміки:

- 1) абсолютний приріст;
- 2) темп зростання;
- 3) темп приросту;
- 4) абсолютне значення одного приросту.

Зробити висновки.

15. За даними завдання 14 визначити середній рівень виробництва продукції за період, що аналізується, а також середній темп приросту. Зробити висновки.

16. Розглядаються наступні дані про чисельність населення районного центру області на початку кожного року:

Рік	1	2	3	4	5
Чисельність населення, тис. осіб	72	78	83	87	90

Визначити:

- 1) вид лінії тренду;
- 2) параметри рівняння регресії лінії тренду;
- 3) точковий та інтервальний прогноз щодо населення районного центру області у 5-му році.

17. Розглядаються наступні дані про динаміку постачання молока (т) за три роки для молокозаводів міста

Таблиця 2

Місяць	Роки			Всього за три роки, т	У середньому за три роки, $y_i^{сер}$, т	Індекс сезонності, $I_S = \frac{y_i^{сер}}{y_{заг}} * 100\%$
	1	2	3			
Січень	120	131	112			
Лютий	125	127	130			
Березень	140	152	143			
Квітень	157	160	162			
Травень	168	181	175			
Червень	181	194	197			
Липень	196	201	191			
Серпень	183	180	171			
Вересень	160	165	154			
Жовтень	142	148	155			
Листопад	133	127	140			
Грудень	115	110	111			
Всього						
У середньому						

Потрібно:

- 1) визначити індекси сезонності;
- 2) зобразити сезонну хвилю постачання молока графічно;
- 3) зробити висновки.

18. Середньодобове споживання електроенергії характеризується наступними даними (тис. кВт*рік)

Місяць	Показник	Місяць	Показник
Січень	15.9	Липень	8.2
Лютий	14.2	Серпень	9.7
Березень	13.6	Вересень	10.6
Квітень	9.8	Жовтень	12.1
Травень	8.1	Листопад	16.1
Червень	7.4	Грудень	17.9

Визначіть індекс сезонності. Опишіть сезонну хвилю графічно. Зробіть висновки.

19. Реалізація кондитерських виробів і морозива характеризується наступними даними (%):

Місяць	Кондитерські вироби	Морозиво
Січень	124.9	48.7
Лютий	114.6	51.6
Березень	102.4	74.8
Квітень	105.3	91.1
Травень	90.0	130.6
Червень	80.6	170.4
Липень	84.8	161.2
Серпень	70.4	150.3
Вересень	78.6	124.6
Жовтень	100.1	81.7
Листопад	110.6	60.1
Грудень	129.8	38.6

Визначіть індекс сезонності. Опишіть сезонну хвилю графічно. Зробіть висновки.

20. Продаж м'яса та м'ясних виробів у продовольчих крамницях групи міст за кварталами чотирьох років характеризується наступними даними (тис. т)

Квартал	1-й рік	2-й рік	3-й рік	4-й рік
I	51,9	54,3	57,9	60,7
II	40,1	46,7	48,7	51,0
III	41,5	43,8	44,9	51,7
IV	55,9	59,8	60,0	69,0

Для аналізу внутрішньорічної динаміки продажу м'яса та м'ясних продуктів визначіть індекси сезонності з використанням методу аналітичного вирівнювання за прямою та зробіть висновки.

Запитання до самоконтролю:

1. Як виявляється динамічність та інерційність соціально-економічних явищ?
2. Наведіть приклад динамічного ряду, зазначте його елементи та особливості.
3. Укажіть, які з наведених рядів є динамічними — моментними чи інтервальними?
 - а) Валютні резерви банківської системи на початок кожного року.
 - б) Заборгованість комерційних банків акціонерам і бюджету станом на 1 квітня 2010 р.
 - в) Експорт товарів за кожний квартал року.
5. Як виміряти інтенсивність динаміки? Чим різняться базисні та ланцюгові характеристики динаміки?
6. Для чого необхідно вивчати динаміку явищ?
7. Які показники називають базисними та ланцюговими?

8. Що характеризує показник абсолютного приросту і як він розраховується?
9. Що являє собою темп зростання? Як він розраховується?
10. Що характеризує темп приросту? Як він розраховується?
11. Поясніть сенс та наведіть формулу розрахунку абсолютного значення одного проценту приросту.
12. Поясніть взаємозв'язок абсолютного приросту і темпу приросту. Доведіть, що абсолютне значення одного процента приросту становить соту частину рівня, узятого за базу порівняння.
13. Що являє собою коефіцієнт прискорення і як розраховується?
14. Викладіть необхідність використання коефіцієнтів випередження та наведіть формулу розрахунку.
15. Що характеризує середній темп приросту і як він розраховується?
16. Як ви розумієте тенденцію розвитку? Наведіть приклади тенденції.
17. Яка різниця між згладжуванням і вирівнюванням динамічного ряду? Які методи використовують у тому й іншому випадку?
18. Охарактеризуйте техніку вирівнювання ряду динаміки за аналітичним методом.
19. Зазначте особливості методу ковзних середніх. Скільки п'ятичленних ковзних середніх можна обчислити в ряду динаміки з 15 рівнів?
20. Що називається центруванням динамічного ряду?
21. В чому суть інтерполяції та екстраполяції в рядах динаміки?
22. Що являють собою сезонні коливання, в чому практичне значення їх вивчення?
23. Які методи існують у статистиці для виміру сезонних коливань? Охарактеризуйте їх сутність.
24. Як розраховуються індекси сезонності?

Література: /1/, с.121-138; /2/, с.101-116; /3/, с.96-111.

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА:

Основна

1. Статистика: Підручник / С. С. Герасименко, А. В. Головач, А. М. Єріна та ін.; За наук. ред. д-ра екон. наук С. С. Герасименка. — 2-ге вид., перероб. і доп. — К.: КНЕУ, 2000. — 467 с.
2. Статистика: Підручник/ А.В. Головач, А.М. Єріна та ін.; За ред. А.В.Головача. - К.: Вища шк., 1993. - 623 с.
3. Статистика: Курс лекцій (для студентів денної та заочної форм навчання напрямів підготовки 6.030504 „Економіка підприємства” та 6.030507 „Маркетинг” галузі знань 0305 „Економіка та підприємництво”) / Уклад.: Мізіна О.В. – Донецьк: ДонНТУ, 2009. - 134 с.
4. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Учеб. пособие для вузов. Изд. 7-е, стер. - М.: Высш. школа, 2000. - 479 с.

Додаткова

1. Статистика: Підручник / С. С. Герасименко та ін. — К.: КНЕУ, 1998. — 468 с.
2. Общая теория статистики: Учебник/ Т.В. Рябушкин, М.Р. Ефимова, И.М. Ипатова, Н.И. Яковлева. - М.: Финансы и статистика, 1981. - 279 с.
3. Общая теория статистики: Учебник/ А.Я. Боярский, Л.Л. Викторова и др.; Под ред. А.М.Гольдберга, В.С.Козлова. - М.: Финансы статистика, 1985. - 367 с.

ДОДАТКИ

Додаток 1.

Критичні значення статистичних характеристик критеріїв χ^2 и λ ($k=m-3$)

$k \setminus 1-\alpha$	0.01	0.05	0.10	0.90	0.95	0.99
Квантилі χ^2 – розподілу						
1	0.02	0.04	0.02	2.71	3.84	6.64
2	0.02	0.10	0.21	4.61	5.99	9.21
3	0.12	0.35	0.58	6.25	7.82	11.35
4	0.30	0.71	1.06	7.78	9.49	13.28
5	0.55	1.15	1.61	9.24	11.07	15.09
6	0.87	1.64	2.20	10.65	12.59	16.81
7	1.24	2.17	2.83	12.02	14.07	18.48
8	1.65	2.73	3.49	13.36	15.51	20.09
9	2.09	3.33	4.17	14.68	16.92	21.66
10	2.66	3.94	4.87	15.99	18.31	23.21
11	3.05	4.58	5.58	17.28	19.68	24.73
12	3.57	5.23	6.30	18.55	21.03	26.22
13	4.11	5.89	7.04	19.81	22.36	27.69
14	4.66	6.57	7.79	21.06	23.69	29.14
15	5.23	7.26	8.55	22.31	26.00	30.58
16	5.81	7.96	9.31	23.54	26.30	32.00
18	7.02	9.39	10.87	25.09	28.87	34.81
20	8.26	10.85	12.44	28.41	31.41	37.57
22	9.54	12.34	14.04	30.81	33.92	40.29
26	12.20	15.38	17.29	35.56	38.89	45.64
30	14.95	18.49	20.60	40.26	43.77	50.89
35	18.51	22.47	24.80	46.06	49.00	57.34
40	22.16	26.51	29.05	51.81	55.76	63.69
50	29.71	34.76	37.69	63.17	67.51	76.15
Квантилі розподілу Колмогорова						
λ	0.44	0.52	0.57	1.23	1.36	1.63

Критичні значення коефіцієнтів асиметрії та ексцесу

Обсяг вибірки	Асиметрії при $1 - \alpha$		Ексцесу при $1 - \alpha$			
	0.95	0.99	0.99	0.95	0.05	0.01
50	0.533	0.787	4.92	4.01	2.13	1.95
100	389	567	40	3.77	35	2.18
150	321	464	14	66	45	30
200	280	403	3.98	57	51	37
250	251	360	87	51	55	42
300	230	329	79	47	59	46
350	213	305	72	44	62	50
400	200	285	67	41	64	52
500	179	255	60	37	67	57
600	163	233	54	34	70	60
700	151	215	50	31	72	62
800	142	202	46	29	74	65
900	134	190	43	28	75	66
1000	127	180	41	26	76	68
1200	116	165	37	24	78	71
1400	107	152	34	22	80	72
1600	100	142	32	21	81	74
1800	095	134	30	20	82	76
2000	090	127	28	18	83	77
0500	080	114	25	16	85	79
3000	073	104	22	15	86	81
4000	064	090	19	13	88	83
5000	057	081	17	12	89	85

Додаток 3.

Критичні значення кореляційного відношення й коефіцієнту детермінації R^2 .а) Рівень істотності $\alpha = 0,05$

$k_2 \setminus k_1$	1	2	3	4	5	6	8	10	20
3	0.771	865	903	924	938	947	959	967	983
4	658	776	832	856	887	902	924	937	967
5	569	699	764	806	835	854	885	904	948
6	500	632	704	751	785	811	847	871	928
7	444	575	651	702	739	768	810	839	908
8	399	527	604	657	697	729	775	807	887
9	362	488	563	618	659	692	742	777	867
10	332	451	527	582	624	659	711	749	847
11	306	420	495	550	593	628	682	722	828
12	283	394	466	521	564	600	655	696	809
14	247	348	417	471	514	550	607	650	773
16	219	312	378	429	477	507	564	609	740
18	197	283	345	394	435	470	527	573	709
20	179	259	318	364	404	432	495	540	680
22	164	238	294	339	377	410	466	511	653
24	151	221	273	316	353	385	440	484	628
26	140	206	256	297	332	363	417	461	605
28	130	193	240	279	314	344	396	439	583
30	122	182	227	264	297	326	373	419	563
32	115	171	214	250	282	310	360	401	544
34	108	162	203	238	268	296	344	384	526
36	102	153	192	226	256	282	329	368	509
38	097	146	184	218	245	271	316	355	493
40	093	139	176	207	234	259	304	342	479
50	075	113	143	170	194	216	254	288	416
60	063	095	121	144	165	184	218	249	368
80	047	072	093	110	127	142	170	196	298
100	038	058	075	090	103	116	140	161	251
120	032	049	063	075	087	098	119	137	217
200	019	030	038	046	053	060	073	086	139
400	010	015	019	023	027	031	038	044	074

б) $\alpha = 0,01$

3	0.919	954	967	975	979	982	987	989	994
4	841	900	926	941	951	958	967	973	986
5	765	842	879	901	916	928	943	953	974
6	696	785	830	859	879	894	915	929	961
7	636	732	784	818	842	860	887	904	946
8	585	684	740	778	806	827	858	879	931
9	540	641	700	741	771	795	829	854	914
10	501	602	663	706	738	764	802	829	898
11	467	567	629	673	707	734	775	805	882
12	437	536	598	643	678	707	750	782	865
14	388	482	544	590	626	656	703	738	834
16	342	438	498	544	581	612	660	698	803
18	315	401	459	504	541	572	622	669	774
20	288	369	426	470	506	537	588	627	746
22	265	342	396	440	475	506	557	597	720
24	246	319	371	413	448	478	529	569	695
26	229	298	349	389	423	453	503	543	672
28	214	280	329	368	401	430	480	520	650
30	201	264	311	349	381	410	458	498	630
32	190	250	295	332	364	391	438	479	611
34	179	237	280	316	347	374	420	459	592
36	170	226	267	302	332	358	403	443	574
38	162	215	255	289	318	344	389	426	558

40	155	206	244	277	305	310	374	412	542
50	125	168	201	229	254	276	315	351	475
60	106	142	171	196	218	238	273	305	423
80	080	109	132	151	169	186	215	242	345
100	065	088	107	123	138	152	177	201	292
120	054	074	090	104	117	129	151	171	253
200	033	045	055	064	072	080	094	106	165
400	016	023	028	033	037	041	049	056	086

Додаток 4.

Критичні значення F-критерію.

$k_2 \backslash k_1$	1	2	3	4	5	6	8	10	20
а) Рівень істотності $\alpha = 0,05$									
1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	238.9	242.0	248.0
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.37	19.39	19.44
3	10.13	9.55	6.28	9.12	9.01	8.94	8.84	8.78	8.66
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.04	5.96	5.80
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.82	4.74	4.56
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.15	4.06	3.87
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.73	3.63	3.44
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.44	3.34	3.15
9	5.12	4.26	3.89	3.63	3.48	3.37	3.23	3.13	2.93
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.07	2.97	2.77
11	4.82	3.98	3.59	3.63	3.20	3.09	2.95	2.86	6.65
12	4.75	3.88	3.49	3.26	3.11	3.00	2.85	2.76	2.54
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.70	2.60	2.39
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.59	2.49	2.28
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.51	2.41	2.19
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.45	2.35	2.12
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.27	2.16	1.93
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.18	2.12	1.84
60	4.00	3.15	2.76	2.52	2.37	2.25	2.10	2.04	1.75
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.02	1.90	1.65
∞	3.84	2.99	2.60	2.37	2.21	2.09	1.94	1.83	1.57
б) Рівень істотності $\alpha = 0,01$									
1	4052	4999	5403	5625	5764	5859	5981	6056	6208
2	98.49	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.40	99.45
3	34.12	30.81	29.46	28.71	28.24	27.91	27.49	27.23	26.69
4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.80	14.54	14.02
5	16.26	13.27	12.02	11.39	10.97	10.67	10.27	10.05	10.55
6	13.74	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.10	7.87	7.39
7	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.84	6.62	6.15
8	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.03	5.82	5.36
9	10.56	8.02	6.99	6.42	6.02	5.80	5.47	5.26	4.80
10	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.06	4.85	4.41
11	9.65	7.20	6.22	5.64	5.32	5.07	4.74	4.54	4.10
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.50	4.30	3.86
14	8.86	6.51	5.56	5.03	4.69	4.46	4.14	3.94	3.51
16	8.58	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	3.89	3.96	3.25
18	8.28	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.71	3.51	3.07
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.56	3.37	2.94
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.17	2.98	2.55
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	2.99	2.80	2.37
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.82	2.63	2.20
120	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.66	2.47	2.03
∞	6.84	4.60	3.78	3.32	3.02	2.80	2.51	2.32	1.87

Додаток 5.

Таблиця значень функції $\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{u^2}{2}} du$

t	Φ(t)	t	Φ(t)	t	Φ(t)	t	Φ(t)
0,00	0,0000	0,24	0,0948	0,48	0,1844	0,72	0,2642
0,01	0,0040	0,25	0,0987	0,49	0,1879	0,73	0,2673
0,02	0,0080	0,26	0,1026	0,50	0,1915	0,74	0,2703
0,03	0,0120	0,27	0,1064	0,51	0,1950	0,75	0,2734
0,04	0,0160	0,28	0,1103	0,52	0,1985	0,76	0,2764
0,05	0,0199	0,29	0,1141	0,53	0,2019	0,77	0,2794
0,06	0,0239	0,30	0,1179	0,54	0,2054	0,78	0,2823
0,07	0,0279	0,31	0,1217	0,55	0,2088	0,79	0,2852
0,08	0,0319	0,32	0,1255	0,56	0,2123	0,80	0,2881
0,09	0,0359	0,33	0,1293	0,57	0,2157	0,81	0,2910
0,10	0,0398	0,34	0,1331	0,58	0,2190	0,82	0,2939
0,11	0,0438	0,35	0,1368	0,59	0,2224	0,83	0,2967
0,12	0,0478	0,36	0,1406	0,60	0,2257	0,84	0,2995
0,13	0,0517	0,37	0,1443	0,61	0,2291	0,85	0,3023
0,14	0,0557	0,38	0,1480	0,62	0,2324	0,86	0,3051
0,15	0,0596	0,39	0,1517	0,63	0,2357	0,87	0,3078
0,16	0,0636	0,40	0,1554	0,64	0,2389	0,88	0,3106
0,17	0,0675	0,41	0,1591	0,65	0,2422	0,89	0,3133
0,18	0,0714	0,42	0,1628	0,66	0,2454	0,90	0,3159
0,19	0,0753	0,43	0,1664	0,67	0,2486	0,91	0,3186
0,20	0,0793	0,44	0,1700	0,68	0,2517	0,92	0,3212
0,21	0,0832	0,45	0,1736	0,69	0,2549	0,93	0,3238
0,22	0,0871	0,46	0,1772	0,70	0,2580	0,94	0,3264
0,23	0,0910	0,47	0,1808	0,71	0,2611	0,95	0,3289
0,96	0,3315	1,37	0,4147	1,78	0,4625	2,36	0,4909
0,97	0,3340	1,38	0,4162	1,79	0,4633	2,38	0,4913
0,98	0,3365	1,39	0,4177	1,80	0,4641	2,40	0,4918
0,99	0,3389	1,40	0,4192	1,81	0,4649	2,42	0,4922
1,00	0,3413	1,41	0,4207	1,82	0,4656	2,44	0,4927
1,01	0,3438	1,42	0,4222	1,83	0,4664	2,46	0,4931
1,02	0,3461	1,43	0,4236	1,84	0,4671	2,48	0,4934
1,03	0,3485	1,44	0,4251	1,85	0,4678	2,50	0,4938
1,04	0,3508	1,45	0,4265	1,86	0,4686	2,52	0,4941
1,05	0,3531	1,46	0,4279	1,87	0,4693	2,54	0,4945
1,06	0,3554	1,47	0,4292	1,88	0,4699	2,56	0,4948
1,07	0,3577	1,48	0,4306	1,89	0,4706	2,58	0,4951
1,08	0,3599	1,49	0,4319	1,90	0,4713	2,60	0,4953
1,09	0,3621	1,50	0,4332	1,91	0,4719	2,62	0,4956
1,10	0,3643	1,51	0,4345	1,92	0,4726	2,64	0,4959
1,11	0,3665	1,52	0,4357	1,93	0,4732	2,66	0,4961
1,12	0,3686	1,53	0,4370	1,94	0,4738	2,68	0,4963
1,13	0,3708	1,54	0,4382	1,95	0,4744	2,70	0,4965
1,14	0,3729	1,55	0,4394	1,96	0,4750	2,72	0,4967
1,15	0,3749	1,56	0,4406	1,97	0,4756	2,74	0,4969
1,16	0,3770	1,57	0,4418	1,98	0,4761	2,76	0,4971
1,17	0,3790	1,58	0,4429	1,99	0,4767	2,78	0,4973
1,18	0,3810	1,59	0,4441	2,00	0,4772	2,80	0,4974
1,19	0,3830	1,60	0,4452	2,02	0,4783	2,82	0,4976
1,20	0,3849	1,61	0,4463	2,04	0,4793	2,84	0,4977
1,21	0,3869	1,62	0,4474	2,06	0,4803	2,86	0,4979
1,22	0,3883	1,63	0,4484	2,08	0,4812	2,88	0,4980
1,23	0,3907	1,64	0,4495	2,10	0,4821	2,90	0,4981
1,24	0,3925	1,65	0,4505	2,12	0,4830	2,92	0,4982

Таблиця значень функції $P(\lambda) = 1 - K(\lambda) = P(D \geq \lambda) = 1 - \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (-1)^k e^{-k^2 \lambda^2}$

λ	$P(\lambda)$	λ	$P(\lambda)$	λ	$P(\lambda)$	λ	$P(\lambda)$	λ	$P(\lambda)$
0,29	1,00000	0,76	0,6104	1,23	0,0970	1,70	0,0052	2,17	0,0002
0,30	0,99999	0,77	0,5935	1,24	0,0924	1,71	0,0058	2,18	0,0001
0,31	0,99993	0,78	0,5770	1,25	0,0579	1,72	0,0054	2,19	0,0001
0,32	0,99995	0,79	0,5505	1,26	0,0535	1,73	0,0050	2,20	0,0001
0,33	0,99991	0,80	0,5441	1,27	0,0794	1,74	0,0047	2,21	0,0001
0,34	0,99993	0,81	0,5280	1,28	0,0755	1,75	0,0044	2,22	0,0001
0,35	0,99997	0,82	0,5120	1,29	0,0717	1,73	0,0041	2,23	0,0001
0,35	0,99995	0,83	0,4962	1,30	0,0581	1,77	0,0038	2,24	0,0001
0,37	0,99992	0,84	0,4806	1,31	0,0543	1,78	0,0035	2,25	0,0001
0,38	0,9987	0,85	0,4653	1,32	0,0613	1,79	0,0033	2,26	0,0001
0,39	0,9981	0,65	0,4503	1,33	0,0552	1,80	0,0031	2,27	0,0001
0,40	0,9972	0,87	0,4355	1,34	0,0551	1,81	0,0029	2,28	0,0001
0,41	0,9950	0,88	0,4209	1,35	0,0522	1,82	0,0027	2,29	0,0001
0,42	0,9945	0,89	0,4057	1,35	0,0495	1,83	6,0025	2,30	0,0001
0,43	0,9925	0,90	0,3927	1,37	0,0469	1,84	0,0023	2,31	0,000046
0,44	0,9903	0,91	0,3791	1,38	0,0444	1,85	0,0021	2,32	0,000042
0,45	0,9874	0,92	0,3657	1,39	0,0420	1,86	0,0020	2,33	0,000038
0,45	0,9540	0,93	0,3527	1,40	0,0397	1,87	0,0019	2,34	0,000035
0,47	0,9800	0,94	0,3399	1,41	0,0375	1,85	0,0017	2,35	0,000032
0,48	0,9753	0,95	0,3275	1,42	0,0354	1,89	0,0015	2,36	0,000030
0,49	0,9700	0,96	0,3154	1,43	0,0335	1,90	0,0015	2,37	0,000027
0,50	0,9539	0,97	0,3036	1,44	0,0315	1,91	0,0014	2,38	0,000024
0,51	0,9572	0,98	0,2921	1,45	0,0293	1,92	0,0013	2,39	0,000022
0,52	0,9497	0,99	0,2809	1,45	0,0282	1,93	0,0012	2,40	0,000020
0,53	0,9415	1,00	0,2700	1,47	0,0266	1,94	0,0011	2,41	0,000013
0,54	0,9325	1,01	0,2594	1,48	0,0250	1,95	0,0010	2,42	0,000016
0,55	0,9228	1,02	0,2492	1,49	0,0236	1,93	0,0009	2,43	0,000014
0,55	0,9124	1,03	0,2392	1,50	0,0222	1,97	0,0009	2,44	0,000013
0,57	0,9013	1,04	0,2295	1,51	0,0209	1,98	0,0003	2,45	0,000012
0,58	0,8895	1,05	0,2202	1,52	0,0197	1,99	0,0007	2,46	0,000011
0,59	0,8772	1,05	0,2111	1,53	0,0185	2,00	0,0007	2,47	0,000010
0,60	0,8543	1,07	0,2024	1,54	0,0174	2,01	0,0006	2,48	0,000009
0,61	0,8508	1,08	0,1939	1,55	0,0164	2,02	0,0006	2,49	0,000003
0,62	0,8358	1,09	0,1857	1,56	0,0154	2,03	0,0005	2,50	0,0000075
0,63	0,8222	1,10	0,1777	1,57	0,0145	2,04	0,0005	2,55	0,0000044
0,64	0,8073	1,11	0,1700	1,58	0,0133	2,05	0,0004	2,60	0,0000025
0,65	0,7920	1,12	0,1625	1,59	0,0127	2,06	0,0004	2,65	0,0000016
0,66	0,7754	1,13	0,1555	1,60	0,0120	2,07	0,0004	2,70	0,0000010
0,67	0,7504	1,14	0,1485	1,61	0,0112	2,08	0,0004	2,75	0,0000005
0,68	0,7442	1,15	0,1420	1,62	0,0105	2,09	0,0003	2,80	0,0000003'
0,69	0,7278	1,16	0,1356	1,63	0,0098	2,10	0,0003	2,85	0,00000018
0,70	0,7112	1,17	0,1294	1,64	0,0092	2,11	0,0003	2,90	0,00000010
0,71	0,6945	1,18	0,1235	1,65	0,0086	2,12	0,0002	2,95	0,00000006
0,72	0,6777	1,19	0,1177	1,66	0,0081	2,13	0,0002	3,00	0,00000003
0,73	0,6509	1,20	0,1122	1,67	0,0076	2,14	0,0002		
0,74	0,6440	1,21	0,1070	1,68	0,0071	2,15	0,0002		
0,75	0,6272	1,22	0,1019	1,69	0,0066	2,15	0,0002		

Додаток 9.

Таблиця значень функції $\gamma = 2\Phi(t) = F(t) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

t	F(t)	t	F(t)	t	F(t)	t	F(t)
0,00	0,00000	0,30	0,23582	0,60	0,45149	0,90	0,63188
01	00798	31	24344	61	45814	91	63718
02	01596	32	25103	62	46474	92	64243
03	02393	33	25860	63	47131	93	64763
04	03191	34	26614	64	47783	94	65278
05	03988	35	27366	65	48431	95	65789
06	04784	36	28115	66	49075	96	66294
07	05581	37	28862	67	49714	97	66795
08	06376	38	29605	68	50350	98	67291
09	07171	39	30346	69	50981	99	67783
0,10	0,07966	0,40	0,31084	0,70	0,51607	1,00	0,68269
11	08759	41	31819	71	52230	01	68750
12	09552	42	32552	72	52848	02	69227
13	10348	43	33280	73	53461	03	69699
14	11134	44	34006	74	54070	04	70166
15	11924	45	34729	76	54675	1,05	70628
16	12712	46	35448	76	55275	06	71086
17	13499	47	36164	77	55870	07	71538
18	14285	48	36877	78	56461	08	71986
19	15069	49	37587	79	57047	09	72429
0,20	0,15852	0,50	0,38292	0,80	0,57629	1,10	0,72867
21	16633	51	38995	81	58206	11	73300
22	17413	52	39694	82	58778	12	73729
23	18191	53	40389	83	59346	13	74152
24	18967	54	41080	84	5990J	14	74571
25	19741	55	41768	85	60468	15	74986
26	20514	56	42452	86	61021	16	75395
27	21284	57	43132	87	61570	17	75800
28	22052	58	43809	88	62114	18	76200
29	22818	59	44481	89	62653	19	76595
1,20	0,76986	1,55	0,87886	1,90	0,94257	2,25	0,97555
21	77372	56	88124	91	94387	26	97618
22	77754	57	88358	92	94514	27	97679
23	78130	58	88589	93	94639	28	97739
24	78502	59	88817	94	94762	29	97798
25	78870	1,00	0,89040	95	94882	2,30	0,97855
26	79233	61	89260	96	95000	31	97911
27	79592	62	89477	97	95116	32	97966
23	79945	63	89690	98	95230	33	98019
29	80295	64	89899	99	95341	34	98072
1,30	0,80640	65	90106	2,00	0,95450	35	98123
31	80980	66	90309	01	95557	36	98172
32	81316	67	90508	02	95662	37	98221
33	81648	68	90704	03	95764	38	98269
34	81975	69	90897	04	95865	39	98315
35	82298	1,70	0,91087	05	95961	2,40	0,98360
36	82617	71	91273	06	96060	41	98405

Продовження додатку 9

t	F (t)	t	F (t)	t	F (t)	t	F (t)
37	8293	72	9145	07	96155	42	98448
38	8324	73	9163	08	96247	43	98490
39	8351	74	9181	09	96338	44	98531
1,40	0,8384	75	9198	2,10	0,9642	45	98571
41	84146 84439	76	92159	11	96514	46	98611
42		77	92327	12	96599	47	98649
43	84728	78	92491	13	96683	48	98686
44	85013	79	92655	14	96765	49	98723
45	85294	1,80	0,92814	15	96844	2,50	0,98758
46	85571	81	92970	16	96923	51	98793
47	85844	82	93124	17	96999	52	98826
48	86113	83	93275	18	97074	53	98859
49	86378	84	93423	19	97148	54	98891
1,50	0,86639	85	93569	2,20	0,97219	55	98923
51	86696	86	93711	21	97289	56	98953
52	87149	87	93852	22	97358	57	98983
53	87398	88	93989 94124	23	97425	58	99012
54	87644	89	0,99682	24	97491	59	99040
2,60	0,99068	2,95	99692	3,30	0,99903	3,65	0,99974
61	99095	96		31	99907	60	99975
62	99121	97	99702	32	99910	67	99976
63	99146	98	99712	33	99913	68	99977
64	99171	99	99721	34	99916	69	99978
65	99195	3,00	0,99730	35	99919	3,70	0,99978
66	99219	01	99739	36	99922	71	99979
67	99241	02	99747	37	99925	72	99980
68	99263	03	99755	38	99928	73	99981
69	99285	04	99763	39	99930	74	99982
2,70	0,99307	05	99771	3,40	0,99933	75	99982
71	99327	06	99779	41	99935	76	99983
72	99347	07	99786	42	99937	77	99984
73	99367	08	99793	43	99940	78	99984
74	99386	09	99800	44	99942	79	99985
75	99404	3,10	0,99806	45	99944	3,80	0,99986
76	99422	11	99813	46	99946	81	99986
77	99439	12	99819	47	99948	82	99987
78	99456	13	99825	48	99950	83	99987
79	99473	14	99831 99837	49	99952	84	99988
2,80	0,99489	15	99842	3,50	0,99953	85	99988
81	99505	16		51	99955	86	99989
82	99520	17	99848	52	99957	87	99989
83	99535	18	99853	53	99958	88	99990
84	99549	19	99858	54	99960	89	99990
85	99563	3,20	0,99863	55	99961	3,90	0,99990
86	99576	21	99867	56	99963	91	99991
87	99590 99602	22	99872 99876	57	99964 99966	92	99991
88	99615	23	99880 99855	58	99967	93	99992
89	0,99027	24	99889 99892	59	0,99968	94	99992
2,90	99639 99650	25	99896 99900	3,60	99969 99971	95	99992
	99661 99672				99972 99973		

Значення $P_k(t)$ $S(t)$ в розподілі Стюдента

t \ n	1	2	3	4	5	6—7	8-10	11—15	16-25	25—30	∞
0.0	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500.000.0
0.1	532	535	537	537	538	538	539	539	539	539	539.827.8
0.2	563	570	573	574	576	576	578	578	578	578	579.259.7
0.3	593	606	608	610	612	613	615	616	616	616	617.911.4
0.4	621	636	642	645	647	649	651	652	653	654	655.421.7
0.5	648	667	674	678	681	683	685	687	689	689	691.462.5
0.6	672	695	705	710	713	715	718	721	722	724	725.746.9
0.7	694	723	733	739	742	742	749	752	754	756	758.036.3
0.8	745	746	759	766	770	774	778	781	783	785	788.144.6
0.9	733	768	783	790	795	800	804	808	811	813	815.939.9
1.0	750	789	804	813	818	823	828	832	835	838	841.344.7
1.1	765		812	813	839	814	850	854	858	860	864.333.9
1.2	779		842	834	858	864	870	874	878	881	884.930.3
1.3	791		858	852	875	883	887	892	896	889	903.199.5
1.4	800		872	868	890	896	902	907	912	915	919.243.3
1.5			885	883	903	909	916	921	925	928	933.192.8
1.6			896	896	915	921	928	933	937	940	945.200.7
1.7			906	908	925	932	938	943	948	951	955.434.5
1.8			915	918	934	941	947	952	956	959	964.069.7
1.9			923	927	942	948	955	960	964	967	971.283.4
2.0				935	949	955	962	967	970	973	977.249.9
2.1				942	955	961	967	972	976	978	982.135.6
2.2				948	960	966	972	977	980	982	986.096.6
2.3				954	969	975	980	984	987	989	991.802.5
2.4				958	973	978	983	987	989	991	993.790.3
2.5				963	976	976	981	986	989	991	995.338.8
2.6				976	976	976	981	986	989	991	995.338.8
2.7				970	979	979	983	988	991	993	996.533.8
2.8				973	981	981	985	990	993	995	998.134.2
2.9				978	983	983	987	991	994	996	998.134.2
3.0				980	985	985	989	993	995	997	998.650.1

Продовження додатку 10

t \ n	1	2	3	4	5	6—7	8-10	11-15	16—25	25-30	∞
3,1	901	955	973	982	987	990	994	996	997	998	999.032.4
3,2	904	967	975	984	988	991	995	997	998	998	999.312.9
3,3	906	960	977	985	989	992	995	997	998	999	999.516.6
3,4	909	962	979	986	990	993	996	998	998	999	999.663.1
3,5	911	964	980	988	991	993	997	998	999	—	999.767.4
3,6	914	965	982	989	992	994	997	998	—	—	999.840.9
3,7	916	967	983	990	993	995	998	999	—	—	999.892.2
3,8	918	969	984	990	994	996	998	999	—	—	999.927.7
3,9	920	970	985	991	994	996	998	999	—	—	999.951.9
4,0	922	971	986	992	995	997	998	--	—	—	999.968.3
4,1	924	973	987	993	995	997	999	-	—	—	999.979.3
4,2	926	974	988	993	996	998	999	—	—	—	999.986.7
4,3	927	975	988	994	996	998	999	—	—	—	999.991.5
4,4	929	976	989	994	996	998	—	—	—	—	999.994.6
4,5	930	977	989	995	997	998	—	--	—	—	999.996.6
4,6	932	978	990	995	997	998	—	—	—	—	999.997.9
4,7	933	979	991	995	997	999	—	—	—	—	999.998.7
4,8	935	980	991	996	998	999	—	—	—	—	999.999.2
4,9	936	980	992	996	998	999	—	—	—	—	999.999.5
5,0	937	981	992	996	998	999	—	—	—	—	999.999.7
5,1	938	982	993	996	998	—	—	—	—	—	999.999.8
5,2	940	982	993	997	998	—	—	—	—	—	999.999.9
5,3	941	983	993	997	998	—	—	—	—	—	999.999.9
5,4	942	984	994	997	998	—	—	—	—	—	—
5,5	943	984	994	997	999	—	—	—	—	—	—
5,6	943	984	994	997	999	—	—	—	—	—	—
5,7	945	985	995	998	999	—	—	—	—	—	—
5,8	946	986	997	998	999	—	—	—	—	—	—
5,9	947	986	995	998	999	—	—	—	—	—	—
6,0	947	987	995	998	—	—	-	—	—	—	—
6,1	948	987	996	999	—	—	—	—	—	—	—

Додаток 11

Таблиця ймовірностей $P(\chi^2)$

	k									
χ^2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,3173	0,6065	0,8013	0,9098	0,9626	0,9856	0,9948	0,9982	0,9994	0,9998
2	1574	3679	5724	7318	8491	9197	9598	9810	9915	9963
3	0833	2231	3916	5578	7000	8088	8850	9344	9643	9814
4	0455	1353	2615	4060	5494	6767	7798	8571	9114	9473
5	0254	0821	1718	2873	4159	5438	6600	7576	8343	8912
6	0143	0498	1116	1991	3062	4232	5398	6472	7399	8153
7	0081	0302	0719	1359	2206	3208	4289	5366	6371	7254
8	0047	0183	0460	0916	1562	2381	3326	4335	5341	6288
9	0027	0111	0293	0611	1091	1736	2527	3423	4373	5321
10	0016	0067	0186	0404	0752	1247	1886	2650	3505	4405
11	0009	0041	0117	0266	0514	0884	1386	2017	2757	3575
12	0005	0025	0074	0174	0348	0620	1006	1512	2133	2851
13	0003	0015	0046	0113	0234	0430	0721	1119	1626	2237
14	0002	0009	0029	0073	0156	0296	0512	0818	1223	1730
15	0001	0006	0018	0047	0104	0203	0360	0591	0909	1321
16	0001	0003	0011	0030	0068	0138	0251	0424	0669	0996
17	0000	0002	0007	0019	0045	0093	0174	0301	0487	0744
18	--	0001	0004	0012	0029	0062	0120	0212	0352	0550
19	--	0001	0003	0008	0019	0042	0082	0149	0252	0403
20	--	0000	0002	0005	0013	0028	0056	0103	0179	0293
21	--	--	0001	0003	0008	0018	0038	0071	0126	0211
22	--	--	0001	0002	0005	0012	0025	0049	0089	0151
23	--	--	0000	0001	0003	0008	0017	0034	0062	0107
24	--	--	--	0001	0002	0005	0011	0023	0043	0076
25	--	--	--	0001	0001	0003	0008	0016	0030	0053
26	--	--	--	0000	0001	0002	0005	0010	0020	0037
27	--	--	--	--	0001	0001	0003	0007	0014	0026
28	--	--	--	--	0000	0001	0002	0005	0010	0018
29	--	--	--	--	--	0001	0001	0003	0006	0012
30	--	--	--	--	--	0000	0001	0002	0004	0009

Продвження додатку 11

χ^2	k									
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2	9985	0,9994	0,9998	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
3	9907	9955	9979	9991	0,9996	0,9998	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000
4	9699	9834	9912	9955	9977	9989	9995	0,9998	0,9999	1,0000
5	9312	9580	9752	9858	9921	9958	9978	9989	9994	0,9997
6	8734	9161	9462	9665	9797	9881	9932	9962	9979	9989
7	7991	8576	9022	9347	9576	9733	9835	9901	9942	9967
8	7133	7851	8436	8893	9238	9489	9665	9786	9867	9919
9	6219	7029	7729	8311	8775	9134	9403	9597	9735	9829
10	5304	6160	6939	7622	8197	8666	9036	9319	9539	9682
11	4433	5289	6108	6860	7526	8095	8566	8944	9238	9462
12	3626	4457	5276	6063	6790	7440	8001	8472	8856	9161
13	2933	3690	4478	5265	6023	6728	7362	7916	8386	8774
14	2330	3007	3738	4497	5255	5987	6671	7291	7837	8305
15	1825	2414	3074	3782	4514	5240	5955	6620	7226	7764
16	1411	1912	2491	3134	3821	4530	5238	5925	6573	7166
17	1079	1496	1993	2562	3189	3856	4544	5231	5899	6530
18	0816	1157	1575	2068	2627	3239	3888	4557	5224	5874
19	0611	0885	1243	1649	2137	2687	3285	3918	4568	5218
20	0453	0671	0952	1301	1719	2202	2742	3328	3946	4579
21	0334	0504	0729	1016	1368	1785	2263	2794	3368	3971
22	0244	0375	0554	0786	1078	1432	1847	2320	2843	3405
23	0177	0277	0417	0603	0841	1137	1498	1906	2373	2888
24	0127	0203	0311	0458	0651	0895	1194	1550	1962	2424
25	0091	0148	0231	0346	0499	0698	0947	1249	1605	2014
26	0065	0107	0170	0259	0380	0540	0745	0998	1302	1658
27	0016	0077	0124	0193	0287	0415	0581	0790	1047	1353
28	0032	0055	0090	0142	0216	0316	0449	0621	0834	1094
29	0023	0039	0065	0104	0161	0239	0345	0484	0660	0878
30	0016	0028	0047	0076	0119	0180	0263	0374	0518	0699

Продовження додатку 11

χ^2	k								
	21	22	23	24	25	26	27	28	29
1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
3	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
4	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
5	0,9999	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
6	9994	9997	0,9999	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
7	9981	9990	9995	9997	0,9999	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000
8	9951	9972	9984	9991	9995	9997	0,9999	0,9999	1,0000
9	9892	9933	9960	9976	9986	9992	9995	9997	0,9999
10	9789	9863	9913	9945	9967	9980	9988	9993	9996
11	9628	9747	9832	9890	9929	9955	9972	9983	9990
12	9396	9571	9705	9799	9866	9912	9943	9964	9977
13	9086	9332	9520	9661	9765	9840	9892	9929	9954
14	8696	9015	9269	9466	9617	9730	9813	9872	9914
15	8230	8622	8916	9208	9414	9573	9694	9784	9850
16	7696	8159	8553	8881	9148	9362	9529	9658	9755
17	7111	7631	8093	8187	8818	9091	9311	9486	9622
18	6490	7060	7575	8080	8424	8758	9035	9261	9443
19	5851	6453	7012	7520	7971	8364	8700	8981	9213
20	5213	5830	6419	6968	7468	7916	8308	8645	8929
21	4589	5207	5811	6387	6926	7420	7863	8253	8591
22	3995	4599	5203	5793	6357	6887	7374	7813	8202
23	3440	4017	4603	5193	5776	6329	6850	7330	7765
24	2981	3472	4038	4616	5194	5760	6303	6815	7289
25	2472	2971	3503	4058	4624	5190	5745	6278	6782
26	2064	2517	3009	3532	4076	4631	5186	5730	6255
27	1709	2112	2500	3015	3559	4093	4638	5182	5717
28	1402	1757	2158	2600	3079	3585	4110	4644	5179
29	1140	1149	1303	2901	2639	3111	3609	4125	4651
30	0920	1185	1491	1848	2243	2676	3142	3632	4140

Додаток 13.

Критичні значення коефіцієнтів рангової кореляції ($\alpha = 0,05$)

n	Коефіцієнт	
	Спірмена	Кендала
5	0,900	0,800
6	0,829	0,739
7	0,714	0,619
8	0,643	0,571
9	0,600	0,500
10	0,564	0,467
12	0,506	0,433
14	0,456	0,394
16	0,425	0,363
18	0,399	0,338

Навчальне видання

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

щодо виконання завдань практичних занять з нормативної навчальної дисципліни
циклу природничо-наукової та загальноекономічної підготовки

СТАТИСТИКА

для студентів денної (заочної; денно-заочної) форми навчання
напрямів підготовки: 6.030504 Економіка підприємства – ЕГП, ЕПЕК, ЕПМ,
6.030507 Маркетинг - МПР

Укладачі:

Мізіна Олена Вікторівна
Какуніна Ганна Анатоліївна